Treball de fi de màster
(Annexos)

TÍTOL: Matemàtiques i altres llengües estrangeres: El Pla Experimental de Llengües Estrangeres (PELE). Introducció de l'Alemany com a llengua de treball dins de l'assignatura de matemàtiques

COGNOMS: Carrascosa Pavón

NOM: Manel

TITULACIÓ: Màster en Formació del Professorat d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyament d'Idiomes

ESPECIALITAT: Matemàtiques

DIRECTOR: Dr. Joan Gómez i Urgellés

DATA DE LECTURA: 30 de juny del 2011

ÍNDEX DE L'ANNEX

ANNEX 1: ALLTAGSSTOCHASTIK

ANNEX 2: L'AVALUACIÓ DE LA COMPETÈNCIA MATEMÀTICA A ALEMANYA

ANNEX 1: ALLTAGSSTOCHASTIK

PROGRAMACIÓ DE LA MATÈRIA / PROGRAMMIERUNG DES FACHES

PROGRAMACIÓ DE LA MATÈRIA

1r TRIMESTRE

MATEMÀTIQUES	**CURS:** 2010 -2011	**TRIMESTRE:** 1er
Departament de Matemàtiques	Observacions:	
OBJECTIUS	**COMPETÈNCIES BÀSIQUES (A més de la matemàtica i la comunicativa)**	**CONTINGUTS**
Recollir, tractar i representar les dades	Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic / Competència d'aprendre a aprendre	**UD 1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA**
Treballar amb els conceptes de mitjana i variància . La dispersió de les dades	Competència d'aprendre a aprendre	
Reconèixer errors i manipulacions de l'estadística	Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic.	
L'estadística a contexts científics i socials		
Conèixer els núvols de punts i el concepte de correlació	Competència artística i cultural / Competència d'aprendre a aprendre / Competència d'autonomia i iniciativa personal	**UD2: DISTRIBUCIONS BIDIMENSIONALS**
Saber mesurar la correlació	Competència d'aprendre a aprendre / Competència d'autonomia i iniciativa personal Competència artística i cultura /	
Calcular i representar la recta de regressió		
Treballar amb diferents rectes de regressió		
Conèixer el funcionament de les taules de doble entrada	Competència artística i cultural / Competència d'aprendre a aprendre / Competència d'autonomia i iniciativa personal	

2n TRIMESTRE

MATEMÀTIQUES	**CURS:** 2010 -2011	**TRIMESTRE:** 2n
Departament de Matemàtiques	Observacions:	
OBJECTIUS	**COMPETÈNCIES BÀSIQUES (A més de la matemàtica i la comunicativa)**	**CONTINGUTS**
Treballar amb tècniques de recompte en casos senzills	Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic	**UD 3: EL CONCEPTE DE PROBABILITAT**
Conèixer la definició relativa d'un esdeveniment. La Llei de l'Atzar.	Competència d'aprendre a aprendre / Competència d'autonomia i iniciativa personal	
Conèixer la definició del concepte de probabilitat segons Laplace		
Conèixer el concepte de probabilitat estadística		
Conèixer el concepte de la probabilitat axiomàtica i les regles per operar en probabilitat		
Introduir el concepte de combinatòria	Competència d'aprendre a aprendre / Competència d'autonomia i iniciativa personal	**UD 4: CÀLCUL DE PROBABILITATS**
Reconèixer diferents experiments aleatoris	Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic	
Diferenciar entre els elements de freqüència i el de probabilitat	Competència d'aprendre a aprendre / Competència d'autonomia i iniciativa personal	
Determinar el concepte de la probabilitat condicionada i els esdeveniments independents		
Identificar les proves compostes		
Conèixer el concepte de probabilitat total		
Introduir la Fórmula de Bayes		

3r TRIMESTRE

MATEMÀTIQUES	CURS: 2010 -2011	TRIMESTRE: 3 r
Departament de Matemàtiques	Observacions:	
OBJECTIUS	**COMPETÈNCIES BÀSIQUES (A més de la matemàtica i la comunicativa)**	**CONTINGUTS**
Introduir les distribucions estadístiques	Competència d'aprendre a aprendre / Competència d'autonomia i iniciativa personal / Competència artística i cultural	**UD 5: DISTRIBUCIONS DE PROBABILITAT**
Conèixer les distribucions de probabilitat en variable discreta		
Introduir la distribució binomial		
Conèixer les distribucions de probabilitat de variable continua		
Introduir el concepte de distribució normal		
Reconèixer quan una distribució binomial s'aproxima a una distribució normal		
Introduir a la planificació i determinació de mostres estadístiques	Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic.	**UD 6: CONTRAST D'HIPÒTESIS**
Introduir els Test d'Hipòtesis – Test Alternatiu	Competència d'aprendre a aprendre / Competència d'autonomia i iniciativa personal	
Introduir els tests de significació de la probabilitat		
Introduir el concepte d'inferència estadística		

PROGRAMMIERUNG DES FACHES

1. VIERTELJAHR

Alltagsstochastik	Schuljahr: 2010 -2011	Vierteljahr : 1.
Fachbereich Mathematik	Anmerkungen:	
DIDAKTISCHE ZIELE	**KERNKOMPETENZEN** (Neben der mathematischen und der kommunikativen Kompetenz)	**LERNINHALTE**
Erheben, erfassen und darstellen Daten	Kompetenz in der Kenntnis und in der Interaktion mit der Umwelt / Lernen zum Lernen Kompetenz	**DE 1: BESCHREIBENDE STATISTIK**
Ermitteln von Mittelwerten und Streumassen	Lernen zum Lernen Kompetenz	
Fehler und Manipulationen in der Statistik erkennen	Kompetenz in der Kenntnis und in der Interaktion mit der Umwelt	
Statistik in wissenschaftlichen und sozialen Ebene		
Die Punktewolke und das Korrelationskonzept kennen	Artistische und kulturelle Kompetenz / Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative /	**DE 2: BINOMIAL-VERTEILUNG**
Die Korrelation messen zu lernen	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative / Artistische und kulturelle Kompetenz /	
Stichproben – Regressionsgerade und deren Darstellung lernen		
Arbeiten mit verschiedenen Regressionsgerade		
Die Betriebsweise der doppelten Eingang Tabelle	Artistische und kulturelle Kompetenz/ Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative /	

2. VIERTELJAHR

Alltagsstochastik	**Schuljahr:** 2010 -2011	**Vierteljahr :** 2.
Fachbereich Mathematik	Anmerkungen:	
DIDAKTISCHE ZIELE	**KERNKOMPETENZEN** **(Neben der mathematischen und der kommunikativen Kompetenz)**	**LERNINHALTE**
Mit Zählungstechniken in einfachen Situationen arbeiten	Kompetenz in der Kenntnis und der Interaktion mit der Umwelt	**DE 3: WAHRSCHEIN-LICHKEITS-BEGRIFF**
Die relative Begriffserklärung eines Geschehens kennen. Das Zufallsregeln	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative /	
Definition der Wahrscheinlichkeit nach Laplace kennen		
Statistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff kennen		
Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff und Rechenregeln für Wahrscheinlichkeit kennen		
Die Kombinatorik einzuführen	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative /	**DE 4: BERECHNEN VON WAHRSCHEIN-LICHKEITEN**
Verschiedene zufällige Experimente erkennen	Kompetenz in der Kenntnis und in der Interaktion mit der Umwelt	
Frequenz und Wahrscheinlichkeit unterscheiden	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	
Bedingte Wahrscheinlichkeit und selbständiges Geschehen kennen		
Zusammengesetze Probe erkennen		
Der Begriff der totalen Wahrscheinlichkeit einzuführen		
Die Bayes Formel einzuführen		

3. VIERTELJAHR

<table>
<tr><th>Alltagsstochastik</th><th>Schuljahr: 2010 -2011</th><th>Vierteljahr : 3.</th></tr>
<tr><td>Fachbereich Mathematik</td><td colspan="2">Anmerkungen:</td></tr>
<tr><td>DIDAKTISCHE ZIELE</td><td>KERNKOMPETENZEN
(Neben der mathematischen und der kommunikativen Kompetenz)</td><td>LERNINHALTE</td></tr>
<tr><td>Die statistische Verteilung einführen</td><td rowspan="6">Lernen zum Lernen Kompetenz /
Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative /
Artistische und kulturelle Kompetenz</td><td rowspan="6">DE 5: WAHRSCHEIN-LICHKEITS VERTEILUNG</td></tr>
<tr><td>Die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit diskreter Veränderliche kennen</td></tr>
<tr><td>Die Binomialverteilung einführen</td></tr>
<tr><td>Die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit kontinuierlicher Veränderliche kennen</td></tr>
<tr><td>Der Normalverteilung einführen</td></tr>
<tr><td>Von der Binomialverteilung zur Normalverteilung und das Gesetz der großen Zahlen einführen</td></tr>
<tr><td>Planen einer Stichprobenerhebung</td><td>Kompetenz in der Kenntnis und in der Interaktion mit der Umwelt</td><td rowspan="4">DE 6: BEURTEILENDE STATISTIK</td></tr>
<tr><td>Testen von Hypothesen – Alternativtest kennen</td><td rowspan="3">Lernen zum Lernen Kompetenz /
Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative /</td></tr>
<tr><td>Signifikanztest für Wahrscheinlichkeiten einzuführen</td></tr>
<tr><td>Zweiseitigen Test für Erwartungswerte einzuführen</td></tr>
</table>

UNITAT DIDÀCTICA / UNTERRICHTSREIHE

UNITAT DIDÀCTICA

GRUP CLASSE	DURADA	PERÍODE	CURS ESCOLAR	PROFESSOR TUTOR
1R BATXILLERAT	10 HORES	2n TRIMESTRE	2010 - 2011	
ÀREES / MATÈRIES	**MAT. RELACIONADES**	**TÍTOL**		
MATEMÀTIQUES	Tecnologia, Ciències Naturals i Experimentals	**UNITAT DIDÀCTICA 4: CÀLCUL DE PROBABILITATS**		
JUSTIFICACIÓ				
En aquesta unitat es pretén analitzar el càlcul de probabilitats per tal de poder-se enfrontar a la resolució de problemes i situacions de diversos contexts i àmbits.				

OBJECTIUS DIDÀCTICS	C. BÀSIQUES (A més de la matemàtica)	CRITERIS D'AVALUACIÓ	
Aprendre a emprar els diagrames d'arbre i altres estratègies per tal de comptar les possibilitats dels diferents tipus d'agrupaments	Coneixement i interacció amb el món físic	1	Capacitat per comprendre el funcionament dels diagrames d'arbre i d'altres estratègies i de poder aplicar-los a situacions concretes plantejades, comptant així les possibilitats dels diferents agrupaments
Diferenciar els conceptes de variació, permutació i combinació	Aprendre a aprendre / Autonomia i iniciativa personal	2	Poder diferenciar els conceptes i emprar-los autònomament en diferents situacions
Recordar elements relatius a les experiències aleatòries, els esdeveniments i els successos. Conèixer que es duen a terme entre aquests per estudiar les propietats de la probabilitat	Coneixement i interacció amb el món físic / Aprendre a aprendre / Autonomia i iniciativa personal	3	Relacionar els conceptes amb elements quotidians tal que hom pugui mostrar la seva correcta comprensió. Valorar la capacitat de relació dels diferents conceptes
Aprendre a relacionar el concepte de freqüència relativa amb la seva probabilitat. Conèixer la Llei dels grans nombres	Aprendre a aprendre / Autonomia i iniciativa personal	4	Comprendre el concepte i poder emprar-lo autònomament en les diferents situacions plantejades. Capacitat de relacionar conceptes.
Recuperar de la lliçó anterior la regla de Laplace i posar en pràctica la seves aplicacions	Aprendre a aprendre / Autonomia i iniciativa personal	5	Recordar el que es va aprendre de la regla de Laplace i emprar-ho per a les noves situacions plantejades
Identificar i conèixer probabilitat condicionada i els esdeveniments independents	Aprendre a aprendre / Autonomia i iniciativa personal	6	Comprendre el concepte i poder emprar-lo autònomament en les diferents situacions plantejades
Conèixer el funcionament de les probabilitats compostes	Aprendre a aprendre / Autonomia i iniciativa personal	7	Comprendre el concepte i poder emprar-lo autònomament en les diferents situacions plantejades
Conèixer el concepte de probabilitat total	Aprendre a aprendre / Autonomia i iniciativa personal	8	Comprendre el concepte i poder emprar-lo autònomament en les diferents situacions plantejades
Introduir el funcionament de la probabilitat a posteriori o fórmula de Bayes	Aprendre a aprendre / Autonomia i iniciativa personal	9	Comprendre el concepte i poder emprar-lo autònomament en les diferents situacions plantejades
Treballar amb situacions relacionades amb la vida quotidiana, tal que l'alumnat pugui emprat allò après d'una manera directa i diària	Aprendre a aprendre / Coneixement i interacció amb el món físic	10	Entendre els diferents conceptes apresos tal que pugui aplicar-los a contextos no acadèmica.

Treballar la resolució de problemes dins del context del tema, cercant situacions reals, tal que l'alumnat pugui potenciar aquesta subcompetència bàsica dintre de l'àmbit de la competència matemàtica	Aprendre a aprendre / Coneixement i interacció amb el món físic / Autonomia i iniciativa personal	11	Tenir la capacitat d'enfrontar-se al procés de resolució de problemes, analitzant la situació de partida, seguint tot el procés i podent interpretar els resultats relacionant-los amb el context.
Potenciar que l'alumnat assoleixi el procés: llegir, seleccionar informació, plantejar el problema, resoldre'l i interpretar els resultats.	Aprendre a aprendre / Autonomia i iniciativa personal	12	Comprovar que l'alumnat pugui seguir de manera autònoma tot el procés de resolució, tal que, a partir d'una informació donada, pugui realitzar tots els procediments necessaris que el portin a donar una solució correcta i argumentada, relacionant-la amb el context de partida
Potenciar la interpretació dels resultats, relacionant-los amb el context de partida i avaluant també si són possibles	Aprendre a aprendre	13	Poder interpretar resultats i relacionar diferents conceptes, assegurant la comprensió dels diferents analitzats i de les connexions i vincles existents entre els mateixos
Potenciar la verbalització i comunicació, tant oralment com per escrit, de tot el procés i dels resultats obtinguts.	Comunicació lingüística i audiovisual	14	Comprovar la correcta comunicació dels procediments i dels resultats, tant a nivell individual com davant de la classe.

METODOLOGIA

Es pretén analitzar els diferents conceptes introduint situacions i experiències de la vida real, tal que permetin relacionar a l'alumnat allò que aprenen amb el món que els envolta. D'aquesta manera, es pretén que, a més d'adquirir els continguts marcats pel currículum i la programació, siguin competents com per emprar allò que han après a contextos no acadèmics.

L'estratègia o metodologia que es pretén aplicar es basa en:

1. Plantejar les sessions amb un important component pràctic, introduint la teoria quan sigui necessària per tal de poder assolir els conceptes.
2. Potenciar el treball individual autònom i cooperatiu, fomentant l'aprenentatge en comú.
3. Potenciar la verbalització i comunicació dels resultats obtinguts, especialment quan l'alumnat surt a la pissarra.
4. Resum final un cop acabada la lliçó amb els elements més destacats.
5. Tot i que el grup és força homogeni, es proposaran diferents activitats, amb algunes d'ampliació i d'extres, per poder atendre la diversitat en el ritme de treball i en l'assimilació dels conceptes.

CONTINGUTS D'APRENENTATGE

Introduir el concepte de combinatòria
Reconèixer diferents experiments aleatoris
Diferenciar entre els elements de freqüència i el de probabilitat
Determinar el concepte de la probabilitat condicionada i els esdeveniments independents
Identificar les proves compostes
Conèixer el concepte de probabilitat total
Introduir la Fórmula de Bayes

SEQÜENCIA DIDÀCTICA

DESCRIPCIÓ DE LES ACTIVITATS		MATERIALS / RECURSOS	ORG. SOCIAL	TEMPS	ATENCIÓ DIVERSITAT
INICIALS (Exploració i repàs d'idees prèvies)	Presentació i introducció del tema, determinant els objectius, els continguts i l'avaluació	Llibreta	Grup	15'	
	Activitat introductòria amb permutacions	Full de treball / llibreta	Parelles	30'	
	Activitats i problemes del combinatòria, exeperiències aleatòries, i esdeveniments o successos	Fulls de treball / Llibreta	Parelles	2h	
	Activitats i problemes de freqüència i	Fulls de treball /	Parelles	30'	

DESENVOLUPAMENT (Repàs i introducció de nous continguts)	probabilitat	Llibreta			
	Activitats i problemes de Laplace	Fulls de treball / Llibreta	Parelles	15'	
	Activitats i problemes de probabilitat condicionada, esdeveniments independents, proves compostes i probabilitat total	Fulls de treball / Llibreta	Parelles	2h	Diferents activitats
	Introducció a la Fórmula de Bayes	Fulls de treball / Llibreta	Parelles	15'	
	Activitat de simulació amb Derive	Full de treball / llibreta	Parelles	30'	Grups
	Activitats a realitzar amb el llibre d'exercicis	Llibre d'exercicis	Parelles	1h	Diferents activitats
SÍNTESI (Aplicació de les competències apreses)	Posada en comú i repàs dels diferents elements analitzats	Llibreta	Grups / Grup gran	45'	Grups
	El problema de les 3 portes	Full de treball / llibreta	Grup gran / Parelles	30'	
	El problema dels aniversaris	Full de treball / llibreta	Grup gran / Parelles	30'	
	Prova d'avaluació de la unitat docent	Full de treball	Individual	1 h	

UNTERRICHTSREIHE

KLASSE	DAUER	ZEITRAUM	SCHULJAHR	LEHRER
11. KLASSE	10 STUNDEN	2. VIERTELJAHR	2010 -2011	
BEREICH / FACH	**VERWANDTE FÄCHER**	**TITEL**		
Mathematik	Technologie, Natur- und Sozialwissenschaften	**4. DIDAKTISCHE EINHEIT: BERECHNEN VON WAHRSCHEINLICHKEITEN**		
BEGRÜNDUNG				
In dieser didaktischen Einheit anstrebt man das Lernen von das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten, damit man die in verschiedenen Situationen und Kontexte als Lösungsinstrument verwenden kann				

DIDAKTISCHE ZIELE	KERNKOMPETENZEN (NEBEN DER MATHEMATISCHE)	EVALUIERUNGSVERFAHREN	
Baumdiagramme und andere Techniken erkennen um die Möglichkeiten der verschieden Gruppierungen rechnen	Kompetenz in der Kenntnis und in der Interaktion mit der Umwelt	1	Verstehen wie man mit Baumdiagramme und andere Techniken umgehen muss und die in verschiedenen Situation verwenden
Variation, Permutation und Kombination unterscheiden	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	2	Die Konzepten unterscheiden und selbständig in verschiedenen Situationen und Kontexte verwenden können
Zufällige Erfahrungen, Geschehens und Zufälle und deren Beziehungen erinnern	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz in der Kenntnis und in der Interaktion mit der Umwelt / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	3	Die Konzepte mit alltäglichen Situation verbinden können als Beweis der ihren Verständnis. Einschätzung der Verbindungskapazität der gelernten Konzepte
Das Konzept der relativen Frequenz und dessen Wahrscheinlichkeit verbinden. Das Gesetz der großen Zahlen kennen	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	4	Die Konzepten kennen und selbständig in verschiedenen Situationen und Kontexte verwenden können. Einschätzung der Verbindungskapazität der gelernten Konzepte
Laplace und dessen praktische Anwendung lernen	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	5	Sich erinnern von schon gelernten Stoff und wieder verwenden wenn nötig
Bedingte und unbedingte Wahrscheinlichkeit unterscheiden. Unabhängigkeit zweier Ereignisse lernen	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	6	Die Konzepten kennen und selbständig in verschiedenen Situationen und Kontexte verwenden können

Zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit lernen	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	7	Die Konzepten kennen und selbständig in verschiedenen Situationen und Kontexte verwenden können
Der totale Wahrscheinlichkeitsbegriff kennen	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	8	Die Konzepten kennen und selbständig in verschiedenen Situationen und Kontexte verwenden können
Die Bayes Formel kennen	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	9	Die Konzepten kennen und selbständig in verschiedenen Situationen und Kontexte verwenden können
Mit alltäglichen Situationen arbeiten, damit man die praktische Anwendung der gelernten Stoff ermöglicht	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz in der Kenntnis und in der Interaktion mit der Umwelt	10	Die Konzepten verstehen, damit die Anwendung möglich ist
Die Problemlösen Kompetenz mit reellen Situationen weiter bearbeiten	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz in der Kenntnis und in der Interaktion mit der Umwelt Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	11	Einschätzung der Kapazität der Schüler mit problemlösende Aktivitäten umzugehen. Beobachtung der Analysieren - und Interpretierungskompetenz
Meisterungsprozesse genau und richtig machen	Lernen zum Lernen Kompetenz / Kompetenz der Selbständigkeit und der persönlichen Initiative	12	Evaluierung der Meisterungsprozesse. Sehen, ob der Schüler der ganze Prozess richtig machen kann
Interpretierung und Analyse der Ergebnisse. Ergebnisse mit Anfangssituation verbinden und kritisch vergleichen	Lernen zum Lernen Kompetenz	13	Interpretierungsvermögen und die Kapazität die Ergebnisse und die Situationen zu verbinden
Kommunikations- und Verbalisierungskompetenz fördern. Übermittlung von Ergebnisse und Lernprozesse.	Sprachliche und audiovisuelle Kommunikationskompet enz	14	Evaluierung der Kommunikationskompetenz der Schüler, individuell und vor der Gruppe
METHODOLOGISCHE VERFAHREN			

Der Kurs ist so gestaltet worden, dass der Inhalt im Bezug auf alltäglichen Situationen und Erfahrungen ist, damit die Schülern die Gelegenheit haben, was sie lernen mit deren Umwelt verbinden können. So anstrebt man die Erreichung der gesetzlich und programmierte Inhalte und von Kompetenzen, die in den alltäglichen und nicht nur akademischen Situationen zu nutzen sind.

Die Strategie oder Methodologie basiert sich auf:

1. Praxisorientierte Unterrichtseinheiten. Theoretische Inhalten bei Bedarf um die anstrebende Kompetenzen erreichen zu können.
2. Selbständige und kooperative Arbeit erhöhen. Kooperatives Lernen fördern.
3. Kommunikations- und Verbalisierungskompetenz fördern. Übermittlung von Ergebnisse und Lernprozesse.
4. Zusammenfassung am Ende der didaktischen Einheit um die wichtigste Inhalte wiederholen und noch erklären zu können.
5. Behandlung der Unterschiedlichkeit mit verschiedenen Arten von Aktivitäten und Maßnahmen, damit jeder Schüler oder jede Schülerin die Möglichkeit hätte, auf ihren eigenen Tempo und im Bezug auf ihren Bedürfnisse lernen.

LERNINHALTE

Die Kombinatorik einzuführen

Verschiedene zufällige Experimente erkennen

Frequenz und Wahrscheinlichkeit unterscheiden

Bedingte Wahrscheinlichkeit und selbständiges Geschehen kennen

Zusammengesetze Probe erkennen

Der Begriff der totalen Wahrscheinlichkeit einzuführen

Die Bayes Formel einzuführen

DIDAKTISCHE SEQUENZ

BESCHREIBUNG DER AKTIVITÄTEN		MATERIALIEN / LERNMITTEL	SOZIALE GESTALTUNG	ZEITLICHE GESTALTUNG	BEHANDLUNG DER UNTERSCHIEDLICHKEIT
EINFÜHRENDE AKTIVITÄTEN (Evaluierung und Wiedergewinnung des Inhaltes)	Einführung. Ziele, Inhalte und Evalueirung	Notizbuch	Gruppe	15'	
	Einführende Aktivität mit Permutationen	Arbeitsblatt / Notizbuch	Zu Zweit	30'	
ABLAUF (Wiederholung und Einführung der neuen Inhalte)	Variation, Permutation und Kombination	Arbeitsblätter / Notizbuch	Zu Zweit	2h	
	Relative Frequenz und Wahrscheinlichkeit	Arbeitsblätter / Notizbuch	Zu Zweit	30'	
	Aktivitäten mit Laplace	Arbeitsblätter / Notizbuch	Zu Zweit	15'	
	Bedingte und unbedingte Wahrscheinlichkeit unterscheiden. Unabhängigkeit zweier Ereignisse. Zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit. Der totale Wahrscheinlichkeitsbegriff	Arbeitsblätter / Notizbuch	Zu Zweit	2h	Verschiedene Akt.
	Einfühung in der Bayes Formel	Arbeitsblätter / Notizbuch	Zu Zweit	15'	
	Zufallsexperimente mit Derive	Arbeitsblatt / Notizbuch	Zu Zweit	30'	Gruppen
	Übungsheft Aktivitäten	Übungsheft	Zu Zweit	1h	Verschiedene Akt.
SYNTHESE (Anwendung der	Wiederholung und zusammenfassung	Notizbuch	Gruppen / Ganze Gruppe	45'	Gruppen

gelernte Kompetenzen)	Drei-Türen-Problem	Arbeitsblatt / Notizbuch	Ganze Gruppe gran / Zu Zweit	30'	
	Das Geburstagsproblem	Arbeitsblatt / Notizbuch	Ganze Gruppe / Zu Zweit	30'	
	Evaluierungstest	Arbeitsblatt	Individuell	1 h	

BEISPIELAUFGABEN UND AKTIVITÄTEN

4. DIDAKTISCHE EINHEIT:
BERECHNEN VON WAHRSCHEINLICHKEITEN

AKTIVITÄT MIT PERMUTATIONEN

Anna, Beate und Stefan, die Schülervertreter des Shakespeare-Gymnasiums, sind mit einem wichtigen Anliegen auf dem Weg zu ihrem Schulleiter. Sie haben Glück, die Zimmertür des Schulleiters steht etwas offen, sodass sie ihre Kopfe hindurchstecken können.

„*Wollt* ihr was?“, werden sie leicht mürrisch, aber nicht unhöflich angesprochen. „Ja“, entgegnet Beate mit fester Stimme, „im Namen der Schüler unseres Gymnasiums mochten wir eine Verkürzung der Unterrichtsstunden um fünf Minuten zugunsten der Pausen fordern!“

Zuerst herrscht einen Moment lang Stille, dann kommt die ungläubige Rückfrage des Schulleiters:

„*Was* wollt ihr?“

Die Schülervertreter hat der Mut verlassen. Sie schweigen. Im gleichen Maße wachst beim Schulleiter die Erregung und seine Worte bekommen einen leicht drohenden Unterton:

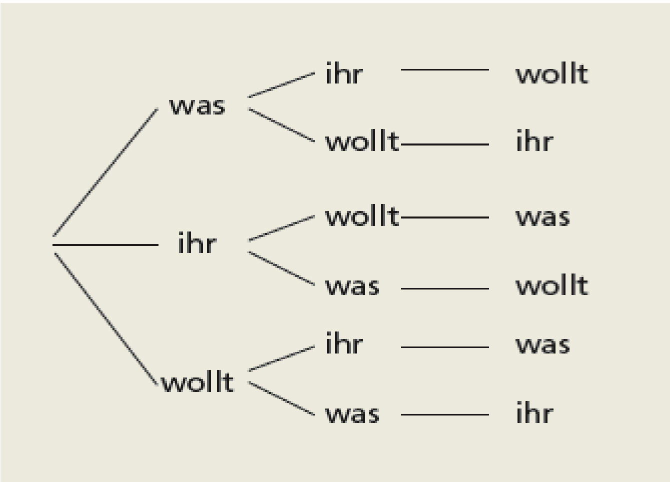
„*Ihr* wollt was?“

Die Schülervertreter sind verunsichert. Der Schulleiter sucht nach einem Ausweg. Da fallt ihm der Namenspatron des Gymnasiums ein und mit den Worten

„Was ihr wollt!“

drangt er die Schüler mit einem Anflug von Lachen aus dem Zimmer. Die Schüler gehen verdattert von dannen, nicht wissend, was sie davon halten sollen.

Anna stellt lakonisch fest: „Zwei Permutationen hat er vergessen!“ „Was, bitte wie?“, fragt Stefan nun vollends verwirrt …



Im diesem Beispiel wurden vom Schulleiter die Worte *was*, *ihr* und *wollt* auf vierfache Weise angeordnet, d. h., er hat vier Permutationen benutzt.

DAS KONZEPT

Das Wort *Permutation* geht auf das lateinische *permutare zurück*, was mit *verändern*, *wechseln* oder *vertauschen* übersetzt werden kann.

Jede mögliche Anordnung von n Elementen als n-Tupel, in der alle Elemente verwandt werden, heißt Permutation dieser n Elemente. Pn bezeichnet die Anzahl der Permutationen bei n Elementen.

Einen Überblick über die Anzahl aller möglichen Permutationen kann man sich verschaffen, indem man sich bewusst macht, dass es drei Möglichkeiten gibt, die erste Stelle des Drei-Wort-Satzes zu besetzen. Wenn die erste Stelle besetzt ist, gibt es nur noch zwei Möglichkeiten, die zweite Stelle zu belegen. Sind die erste und die zweite Stelle entschieden, gibt es für die dritte Stelle nur noch eine Möglichkeit, d. h., die Anzahl der Möglichkeiten ist P3 = 3 · 2 · 1 = 6. Anna hat also recht mit ihrer Bemerkung, dass zwei Permutationen vom Schulleiter nicht verwendet wurden.

Das Berechnen aller möglichen Permutationen von n Elementen ist eine typische Aufgabenstellung der **Kombinatorik.**

Schon in der im 13. Jahrhundert erschienenen Schrift „De Vetula“ wurde bei der mathematischen Beantwortung der Frage, mit welchen Erfolgsaussichten auf Augenzahlen zwischen 3 und 18 beim Wurf mit drei Würfeln gesetzt werden kann, mit Permutationen gearbeitet.

Von n verschiedenen Elementen gibt es $n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$ Möglichkeiten der Anordnung. Da es sich um verschiedene Elemente handelt, spricht man auch von **Permutationen ohne Wiederholung**.

Für die Anzahl derartiger Permutationen gilt also:

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = n! \ (n \in \mathbb{N})$$

Für n = 0 definiert man zweckmäßigerweise 0 ! = 1. Da eine n-elementige Menge nur verschiedene Objekte enthält, gibt es n! Möglichkeiten, ihre Elemente anzuordnen.

Sind unter den anzuordnenden Objekten Elemente gleich, so reduziert sich die Anzahl der möglichen Permutationen.

Für die Anzahl der Permutationen von n **Elementen mit Wiederholung** ^wP_n (n Elemente, von denen je $n_1, n_2, \ldots, n_k$ untereinander gleich sind) gilt:

$$^{w}P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!} \quad (n \in \mathbb{N} \setminus \{0\};\ k < n;\ n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$$

<u>SIMULATION VON ZUFALLSEXPERIMENTE MIT DERIVE</u>

Tabellenkalkulationen und CAS eignen sich auch als Hilfsmittel zur Simulation realer Vorgange. Mithilfe eines integrierten Zufallszahlengenerators ist es möglich, verschiedene Zufallsexperimente zu simulieren und mathematisch auszuwerten.

Simulation von Zufallsexperimenten mit Derive	Eingabe
Erzeugen einer ganzzahligen Zufallszahl aus dem Intervall $0 \leq Z < n$ mit $n > 1$	RANDOM(n)
Werfen einer Münze mit 1 für Zahl und 0 für Wappen	RANDOM(2)
Werfen eines Würfels	1 + RANDOM(6)
Ziehen einer Kugel aus einer Urne (Die Kugeln in der Urne sind von 1 bis n durchnummeriert.)	1 + RANDOM(n)

Um beispielsweise nachzuweisen, dass die relative Häufigkeit für das Eintreten eines Ereignisses ein Maß für dessen Wahrscheinlichkeit ist, soll ein Würfel viele Male geworfen und das Auftreten einer „6“ registriert werden.

Anstelle die *Random*-Funktion viele Male nacheinander ausfuhren zu müssen, kann die *Vektor*funktion verwendet werden.

Der *VEKTOR*-Befehl aktiviert den Zufallsgenerator mehrfach und stellt die Zufallszahlen als Liste dar.

Auf diese Art können sehr schnell 100, 1 000 oder mehr Würfe simuliert werden.

Die Aufgabenstellung „Simuliere 30-mal den Wurf mit einem Würfel und ermittle die relative Häufigkeit für das Auftreten einer 6!“ kann mit folgenden Arbeitsschritten gelost werden:

1. Man öffnet ein neues Arbeitsblatt und erzeugt eine Liste mit den Ergebnissen von 30 Würfen mit einem Würfel. Dazu tippt man folgenden Befehl in die Eingabezeile und fuhrt den Befehl aus:
VECTOR(1+RANDOM(6),i,1,30) (#1, #2)

2. Soll der Versuch mehrfach durchgeführt werden, ist es sinnvoll, eine spezielle Funktion wurfe zu definieren. Den dazu erforderlichen *Zuordnungsoperator erhält* man mithilfe der Tasten : = .

Man definiert Würfe durch folgende Eingabe: *würfe(n):=VECTOR(1+RANDOM(6),i,1,n)*

Man simuliert jetzt noch einmal 30 Würfe. Dazu gibt man ein: Würfe(30) (#3, #4, #5)

3. Um zu ermitteln, wie oft die 6 „gewürfelt“ wurde, kann man den *SELECT*-Befehl fur x = 6 auf Zeile #5 anwenden: *SELECT(x= 6,x,#5)*

Hinweis: Es werden alle in Zeile #5 „gewürfelten“ Sechsen angezeigt. (#6, #7)

4. Gezahlt und angegeben wird die Anzahl der in Zeile #5 „gewürfelten“ Sechsen mit dem *DIM*-Befehl: *DIM(SELECT(x= 6,x,#5)* (#8, #9)

5. Als Letztes soll die relative Häufigkeit der geworfenen Sechsen berechnet werden.
Dazu muss die Gleichung relative Häufigkeit = absolute Häufigkeit
}}
Anzahl der Versuche angewandt werden.

Für das hier demonstrierte Beispiel lautet die Eingabe: #9/30

Hinweis: Hier sollte mit abgeschlossen werden. (#10, #11)

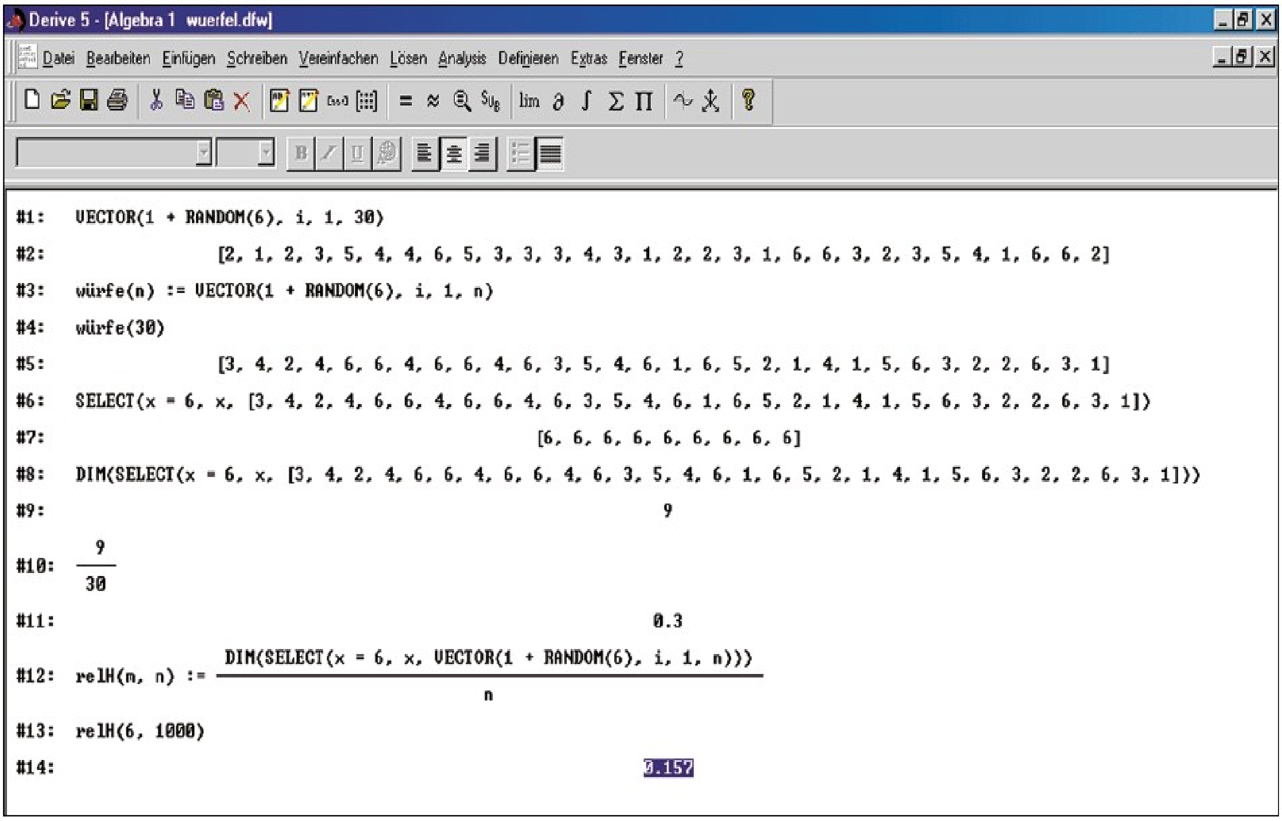
Jetzt können die Arbeitsschritte 2. bis 5. für eine andere Anzahl von Würfen und auch für eine andere zu würfelnde Zahl wiederholt werden.

Die oben einzeln durchgeführten Arbeitsschritte lassen sich auch zu einer speziellen Funktion *relH* (relative Häufigkeiten) zusammenfassen. Man tippt dazu mithilfe des Zuweisungsoperators : = folgende Definition in die Eingabezeile: *relH(m,n):=DIM(SELECT(x=m,x,VECTOR(1+RANDOM(6),i,1,n)))/n* (#12)

(Der *SELECT*-Befehl „sortiert" die „gewürfelten" Sechsen aus, der *DIM*-Befehl zahlt sie.)

Wird für m die erwartete Zufallszahl und für n die Anzahl der Würfe eingesetzt, lauft die gesamte Schrittfolge 2. bis 5. in einem Zug ab.

Man ermittelt auf diese Weise die relative Häufigkeit für das Eintreten einer „6" bei 1 000 Würfen und gibt ein: *relH(6,1000) (#13,#14)*

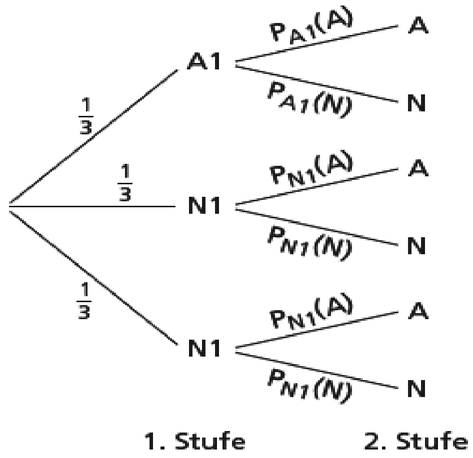


DREI-TÜREN-PROBLEM

Der Entscheidungsprozess des Kandidaten kann als ein zweistufiges Zufallsexperiment interpretiert werden:

- Auf der ersten Stufe wählt der Kandidat „auf gut Glück“ eine der drei Türen aus, wobei sich nur hinter einer das Auto (A1) und hinter den beiden anderen eine Niete (N1) befindet.

- Auf der zweiten Stufe kann der Kandidat seine ursprüngliche Entscheidung nochmals überdenken und sich für eine von den beiden nicht geöffneten Türen entscheiden. Für die vom Moderator geöffnete Tür wird sich der Kandidat nicht entscheiden, da der Moderator mit Sicherheit eine „Nietentür“ öffnet. Deshalb befindet sich das Auto hinter einer der beiden noch verschlossenen Türen.



Der Wert der jeweiligen bedingten Wahrscheinlichkeit und damit die Wahrscheinlichkeit für den Gewinn des Auto:, hängen davon ab, wie der Kandidat nachder Information des Moderators vorgeht, welches „Teilzufallsexperiment“ auf der zweiten Stufe realisiert wird.

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot P_{A1}(A) + \frac{1}{3} \cdot P_{N1}(A) + \frac{1}{3} \cdot P_{N1}(A) = \frac{1}{3} \cdot P_{A1}(A) + \frac{2}{3} \cdot P_{N1}(A)$$

1. Fall: Der Kandidat geht von der Vorstellung aus, dass die Information des Moderators an der Zuordnung des Autos zu einer Tür nichts geändert hat, und er bleibt deshalb auch bei seiner ursprünglichen Türwahl.

$$P_{A1}(A) = P_{N1}(N) = 1 \ \text{ und } \ P_{A1}(N) = P_{N1}(A) = 0 \ \Rightarrow \ P(A) = \frac{1}{3}$$

2.Fall: Der Kandidat nimmt die „Information“ auf, dass sich das Auto hinter einer der beiden verbleibenden Türen befindet und entscheidet sich „auf gut Glück“ für eine von ihnen.

$$P_{A1}(A) = P_{N1}(A) = \frac{1}{2} \ \Rightarrow \ P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Die Erfolgsaussichten des Kandidaten haben sich gegenüber dem Fall 1 deutlich verbessert.

3. Fall: Der Kandidat schöpft die mit dem Verhalten des Moderators verbundenen Informationen – der Moderator weiß hinter welcher Tür sich das Auto befindet und wird diese Tür niemals öffnen – voll aus.

Dazu stellt er folgende Überlegungen an.
- Wenn ich im ersten Schritt eine „Nietentür“ gewählt habe, treffe ich mit einem Türwechsel mit Sicherheit auf das Auto, d. h., es ist PN1(A) = 1.
- Wenn ich im ersten Schritt die „Autotür“ gewählt habe, treffe ich mit einem Türwechsel mit Sicherheit auf eine Niete, d. h., es ist PA1(N) = 0.
- Für die Erfolgswahrscheinlichkeit P (A) gilt dann:

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$$

Der Kandidat entscheidet sich für die „Strategie des Türwechselns“, denn sie besitzt mit der Wahrscheinlichkeit P (A) = 2/3 für ihn die größten Erfolgsaussichten.

DAS GEBURTSTAGPROBLEM

Sarah ist stolz darauf, dass sie am gleichen Tag wie ihr Lieblingsonkel Lutz Geburtstag hat. Das ist fur sie Ausdruck einer besonderen Fugung des Schicksals. Etwas enttauscht ist sie allerdings, als ihr Onkel meint, es sei nicht so ausergewohnlich, dass von den insgesamt 32 lebenden Mitgliedern ihrer Familie zwei am gleichen Tag Geburtstag haben.

Um die Aussage des Onkels zu uberprufen, muss man sich etwas naher mit dem sogenannten Geburtstagsproblem beschaftigen, das auf den osterreichischen MathematikerRichard von Mises (1883 bis 1953) zuruckgeht.

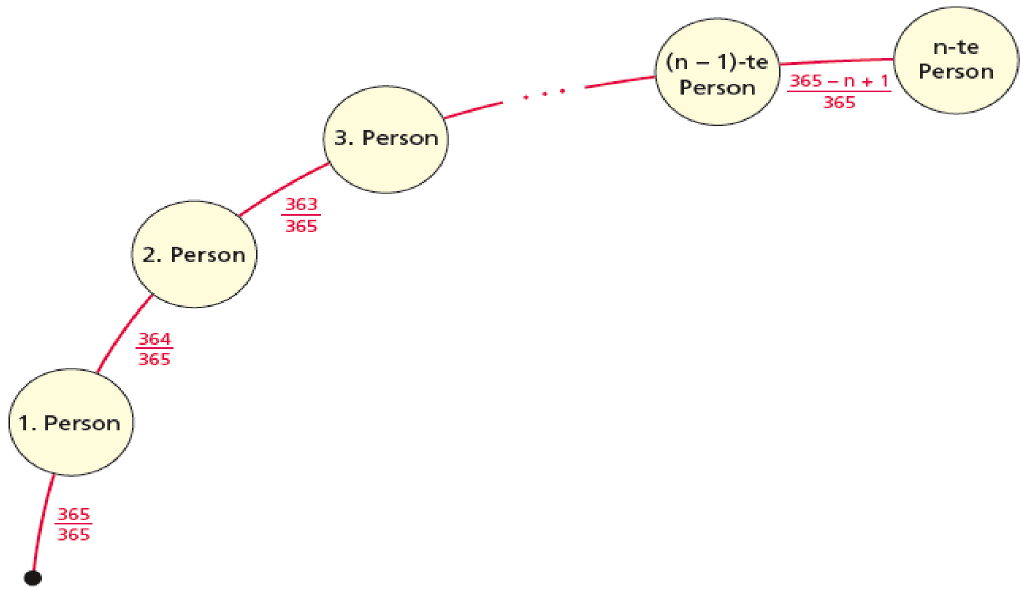
Dieses Problem lautet folgendermasen:

• Wie gros ist die Wahrscheinlichkeit fur das Ereignis Gn, dass von n Personen mindestens zwei am gleichen Tage Geburtstag haben?

Fur die Losung dieser Aufgabe lassen wir uns von zwei Modellannahmen leiten.

• *Annahme 1:*
Jedes Jahr habe einheitlich 365 Tage, d. h., Schaltjahre werden ignoriert.
(Diese Annahme wird zu einer geringfugig groseren Wahrscheinlichkeit als der tatsachlichen fuhren.)

• *Annahme 2:*
Alle 365 Tage eines Jahres sind als Geburtstage gleichwahrscheinlich.
(Diese nahe liegende Annahme ist in der Realitat nicht erfullt. Sie wird zu einer etwas kleineren Wahrscheinlichkeit als der tatsachlichen fuhren.)



Dabei gibt es

- fur eine erste Person 365 mogliche Geburtstage,
- fur eine zweite Person nur noch 364 Tage, um an einem anderen Tag Geburtstag zu haben als die erste Person, und
- fur eine n-te Person nur noch 365 – n + 1 verschiedene Tage.

Mithilfe der Multiplikationsregel erhält man:

$$P(G_n) = 1 - P(\overline{G}_n) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \ldots \cdot (365 - n + 1)}{365^n}$$

Die folgende Tabelle zeigt einige ausgewahlte gerundete Werte von P (Gn):

n	2	5	10	15	20	21	22	23
$P(G_n)$	0,003	0,027	0,117	0,253	0,411	0,444	0,476	0,507

n	24	25	30	32	40	50	60	100
$P(G_n)$	0,538	0,569	0,706	0,753	0,891	0,970	0,994	0,999

Wertet man diese Tabelle aus, so lasst sich Folgendes feststellen:

- Erstaunlicherweise ist die Wahrscheinlichkeit dafur, dass unter 23 Personen zwei den gleichen Geburtstag haben, bereits groser als 0,5 und damit auch groser als die Wahrscheinlichkeit, dass alle 23 Geburtstage voneinander verschieden sind.
- P (G60) liegt bereits uber 0,99.

Er bestatigt auch die eingangs von Sarahs Onkel geauserte Vermutung.

Sarah schaut verwundert auf das Ergebnis. „Ich sehe das Ergebnis, allein mir fehlt der Glaube“, lautet ihr Kommentar.

„Ich denke, das liegt daran, dass es dir eigentlich um eine andere Fragestellung geht, namlich um die Wahrscheinlichkeit, dass mit dir mindestens eine von den 31 anderen Verwandten Geburtstag hat“, entgegnet ihr Onkel. Also:

Es sei En das Ereignis, dass mindestens eine von n Personen an einem bestimmten Tag ebenfalls Geburtstag hat:

Dann ist:

$$P(E_n) = 1 - P(\overline{E}_n) = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^n$$

$$P(E_{31}) = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^{31} \approx 0{,}082$$

Es ist also tatsachlich unwahrscheinlich, dass unter 31 Personen mindestens eine Person an einem bestimmten ***Tag (z. B. an dem Tag, an dem Sarah geboren wurde) Geburtstag hat. Dies erklart auch das Missverstandnis von Sarah.***

MATERIALS DE CLASSE / UNTERRICHTSMATERIALEN

UNTERRICHTSMATERIALEN

3. DIDAKTISCHE EINHEIT: WAHRSCHEINLICHKEITSBEGRIFF

NACHHOLSMATERIALEN UND VERBUNDETE AKTIVITÄTEN

1. <u>STATISTISCHE KENNGRÖßEN</u>

Lagemaße:	
Das arithmetische Mittel $\bar{x}$ (gesprochen: x quer) ist gleich dem Quotienten aus der Summe aller Werte und deren Anzahl. $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$	Punkte: 15; 19; 21; 21; 26; 27; 19; 19; 31; 16; 25; 25; 26; 14; 27; 19; 15; 20; 21; 24; 32; 26; 25; 25 Zensuren: 5; 4; 3; 3; 2; 2; 4; 4; 1; 4; 3; 3; 2 ;5; 2; 4; 5; 4; 3; 3; 1; 2; 3; 3
Der Zentralwert $\tilde{x}$ (gesprochen: x Schlange), auch **Median oder 50%-Wert** genannt, liegt in der Mitte der Werte, wenn diese der Größe nach geordnet sind. Bei einer geraden Anzahl von Werten ist der Zentralwert das arithmetische Mittel der zwei Werte in der Mitte.	$\bar{x}_{Punkte} = \frac{538}{24} = 22{,}4$ $\bar{x}_{Zensuren} = \frac{75}{24} = 3{,}1$
Der 25%-Wert v_1 ist der Zentralwert der ersten Hälfte, der **75%-Wert** v_2 ist der Zentralwert der zweiten Hälfte der geordneten Werte.	Punkte: 14; 15; 15; 16; 19; 19; 19; 19; 20; 21; 21; 21 24; 25; 25; 25; 25; 26; 26; 26; 27; 27; 31; 32 $\tilde{x} = \frac{21+24}{2} = 22{,}5;$ $v_1 = 19;$ $v_2 = 26$
Streuungsmaße:	
Die Spannweite R (Variationsweite) ist die Differenz aus dem größten und dem kleinsten Wert. $R = x_{max} - x_{min}$	Zensuren: 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 5
Die mittlere Abweichung a von $\bar{x}$ ist das arithmetische Mittel aller Abstände der Werte x_i vom arithmetischen Mittel $\bar{x}$. $a = \frac{\lvert x_1 - \bar{x}\rvert + \lvert x_2 - \bar{x}\rvert + \ldots + \lvert x_n - \bar{x}\rvert}{n}$	$\tilde{x} = 3;$ $v1 = 2;$ $v2 = 4$ $R_{Punkte} = 32 - 14 = 18$ $R_{Zensuren} = 5 - 1 = 4$ $a_{Punkte} = \frac{100}{24} \approx 4{,}2$
Die Vierteldifferenz v_d ist die Differenz aus dem 75%-Wert v_2 und dem 25%-Wert v_1. $v_d = v_2 - v_1$	$a_{Zensuren} = \frac{21{,}6}{24} = 0{,}9$ v_dPunkte = 7 v_dZensuren = 2

Aufgaben

1. Berechnen Sie jeweils das arithmetische Mittel der folgenden Werte.
a) 6; 8; 16 b) 18,4; 18,9; 20,9 c) 5; 17; 29; 19
d) 2,24; 1,87; 5,66 e) – 2; – 5; – 9 f) 1,5; – 2,5; – 3,5; 4,5

2. Geben Sie zu den Angaben aus Aufgabe 1 jeweils den Zentralwert an.

3. Geben Sie jeweils zwei Zahlen an, deren arithmetisches Mittel den folgenden Wert hat.
a) 10 b) 1,2 c) 0 d) – 1,5

4. Geben Sie jeweils drei Zahlen an, deren Zentralwert den folgende Wert hat.
a) 10 b) 1,2 c) 0 d) – 1,5

5. Geben Sie zu den Zahlen 15; 21 und 36 eine weitere Zahl an, sodass das arithmetische Mittel 28 ist.

6. Wie ändert sich das arithmetische Mittel von fünf Zahlen, wenn jede der Zahlen um 1 vergrößert wird?

7. Andre, Bernd, Dora und Chris springen fünfmal hintereinander so weit sie können. Sie kommen auf folgende Weiten:

	1. Sprung	2. Sprung	3. Sprung	4. Sprung	5. Sprung
Andre	5,08 m	4,99 m	5,00 m	5,13 m	5,11 m
Bernd	5,06 m	4,78 m	5,18 m	4,82 m	4,46 m
Dora	4,22 m	4,58 m	4,36 m	4,40 m	4,52 m
Chris	3,98 m	4,66 m	4,05 m	4,56 m	4,28 m

a) Berechnen Sie jeweils die durchschnittliche Sprungweite der vier Personen.
b) Berechnen Sie die durchschnittliche Sprungweite aus allen 20 Messwerten.
c) Berechnen Sie das arithmetische Mittel aus den Ergebnissen der Aufgabe a).
d) Vergleichen Sie die Ergebnisse von b) und c) miteinander.

8. Einhundert Kinobesucher wurden nach ihrem Alter befragt.

Alter	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Anzahl	8	5	14	23	32	12	3	2	1

a) Wie groß ist das Durchschnittsalter der Kinobesucher?
b) Geben Sie den Zentralwert und die mittlere Abweichung vom Durchschnittsalter an.

9. Bei einer Klassenarbeit konnten maximal 34 Punkte erreicht werden. Die Arbeit von 22 Schülern wurde mit folgenden Punktzahlen bewertet:

Punkte	4	5	6	8	9	12	14	16	18	19	21	22	23	28	29	32	34
Anzahl	1	1	1	1	1	2	1	1	3	1	1	1	2	1	1	2	1

a) Geben Sie die Minimal- und die Maximalpunktzahl sowie den Zentralwert an.
b) Berechnen Sie die durchschnittlich erreichte Punktzahl.
c) Geben Sie die Spannweite, die mittlere Abweichung vom arithmetischen Mittel und die Vierteldifferenz an.

10. In einer Spielsaison der Bundesliga wurden an 34 Spieltagen der Hin- und Rückrunde jeweils die folgenden Anzahlen von Toren geschossen:

Hinr.	23	24	27	35	26	28	24	30	30	32	23	30	32	20	30	30	23
Rückr.	25	21	35	32	30	12	30	14	27	18	19	28	33	30	25	26	25

a) Ermitteln Sie jeweils das arithmetische Mittel der geschossenen Tore in jeder der beiden Runden.
b) Berechnen Sie die mittleren Abweichungen von den arithmetischen Mitteln und die Zentralwerte.
c) Vergleichen Sie die Ergebnisse der beiden Runden miteinander.

2. GRAFISCHE DARTSELLUNG STATISTISCHER DATEN

Die **absolute Häufigkeit H(E)** gibt an, wie oft ein bestimmtes Ereignis E bei n Versuchen oder Beobachtungen eintritt.

Zensur	1	2	3	4	5	6
H(E)	2	5	8	6	3	0

Die **relative Häufigkeit h(E)** lässt sich als Quotient aus der absoluten Häufigkeit H(E) und der Anzahl n der Versuche oder Beobachtungen berechnen. Relative Häufigkeiten werden oft in Prozent angegeben.

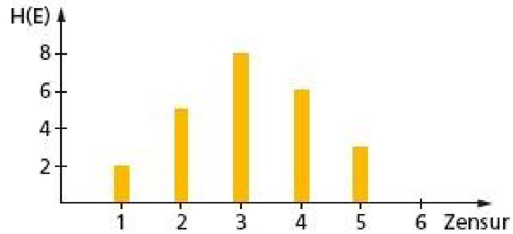
$h(E) = \frac{H(E)}{n}$

n = 24

Zensur	1	2	3	4	5	6
h(E)	$0{,}08\overline{3}$	$0{,}208\overline{3}$	$0{,}\overline{3}$	0,25	0,125	0
h(E)/%	$8{,}\overline{3}$	$20{,}8\overline{3}$	$33{,}\overline{3}$	25	12,5	0

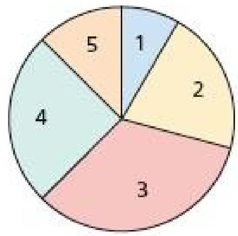
Häufigkeitsverteilungen entstehen, wenn absolute bzw. relative Häufigkeiten den Ergebnissen zugeordnet werden.

Um absolute Häufigkeiten grafisch darzustellen sind **Streckendiagramme** oder **Streifendiagramme** (Balkendiagramme, Säulendiagramme) geeignet.

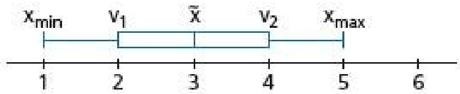


Zur grafischen Darstellung relativer Häufigkeiten sind **Prozentstreifen** bzw. **Kreisdiagramme** geeignet, bei denen die Aufteilung eines Rechtecks (100 %) oder Kreises (100 %) erfolgt. Beim Kreisdiagramm entsprechen die Zentriwinkel α der Kreissektoren den Prozentpunkten:

α = Prozentpunkt · 3,6°



Zur grafischen Darstellung mehrerer Kenngrößen von Häufigkeitsverteilungen sind **Kastenschaubilder** (Boxplots) geeignet.



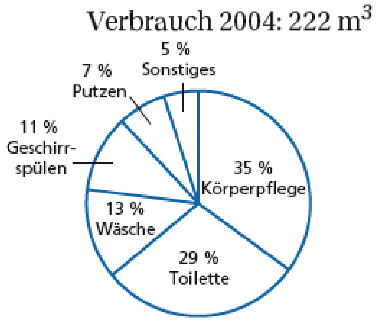
Aufgaben

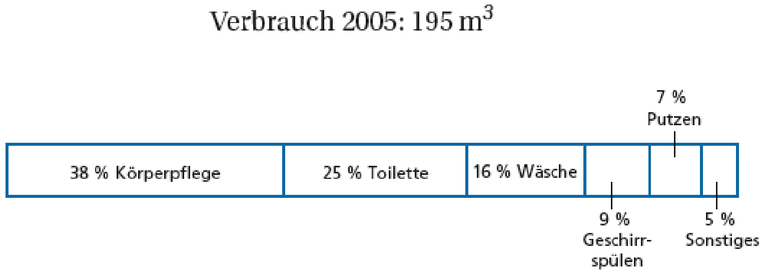
1. In der Tabelle ist der Energieverbrauch der BRD für zwei Jahre erfasst. (1EJ = 1018 J)

a) Zeichnen Sie für beide Jahre jeweils Kreisdiagramme und vergleichen Sie den Verbrauch der einzelnen Energieträger.
b) Zeichnen Sie ein Streckendiagramm, in dem alle Angaben für beide Jahre enthalten sind.

Verbrauch in EJ	2001	2004
Feste Brennstoffe	3,56	3,55
Flüssige Brennstoffe	5,58	5,97
Gasförmige Brennst.	3,12	3,42
Kernenergie	1,87	1,65
Wasser/ Wind	0,11	0,19
Sonstige	0,35	0,39

2.Die beiden Diagramme zeigen die Anteile am Wasserverbrauch einer Großfamilie in den Jahren 2004 und 2005.





a) Wie viel Liter Wasser wurden 2005 durchschnittlich für das Geschirrspülen pro Tag verbraucht?
b) Wie viel Kubikmeter Wasser wurden im Jahr 2005 für die Körperpflege weniger verbraucht als 2004?
c)Geben Sie an, wie viel Kubikmeter Wasser 2004 für jeden Bereich einzeln verbraucht wurden.

3. Eine Firma hat die Anzahl der monatlich verkauften Fahrräder in den ersten beiden Jahren ihres Bestehens erfasst:

Monat	Jan.	Feb.	Mär.	Apr.	Mai	Jun.	Jul.	Aug.	Sep.	Okt.	Nov.	Dez.
1. Jahr	18	25	37	71	79	62	73	56	54	40	55	73
2. Jahr	15	25	36	64	68	59	67	52	48	50	58	71

a) Stellen Sie die Angaben für beide Jahre in einem gemeinsamen Diagramm grafisch dar.
b) Vergleichen Sie beide Jahre bezüglich der arithmetischen Mittelwerte und der Zentralwerte.Was stellen Sie fest?
c)Vergleichen Sie die Verkaufszahlen in den einzelnen Monaten. Was stellen Sie fest?

4. Alle Schüler einer Klasse haben ihre Zeiten für die Nutzung des Internets in der letzten Ferienwoche angegeben:

Mädchen: 12 h 45 min; 15 h 30 min; 14 h 15 min; 8 h; 9 h 30 min; 18 h; 15 h 30 min; 14 h; 15 h 15 min; 14 h 15 min

Jungen: 13 h 30 min; 14 h 15 min; 20 h 30 min; 18 h 45 min; 11 h 30 min; 15 h 15 min; 9 h 15 min; 14 h 15 min; 14 h 15 min

a) Wie lange haben jeweils die Jungen, die Mädchen bzw. alle Schüler der Klasse durchschnittlich in der letzten Ferienwoche das Internet genutzt?
b) Wie viel Prozent der Schüler haben das Internet unter 10 Stunden, von 10 bis 15 Stunden bzw. über 15 Stunden in der letzen Ferienwoche genutzt? Stellen Sie diese Anteile grafisch dar.
c) Entwickeln Sie Boxplots, in denen jeweils die Minimalzeit, die Maximalzeit, der Zentralwert, der 25%-Wert und der 75%-Wert abgelesen werden kann:
(1) für die Mädchen (2) für die Jungen (3) für die gesamte Klasse

5. Geben Sie von den beiden Messreihen jeweils Maximalwert, Minimalwert, Zentralwert, arithmetisches Mittel, mittlere Abweichung vom arithmetischen Mittel und Spannweite an:

I: 19,3 °C; 22,0 °C; 15,7 °C; 22,8 °C; 15,3 °C; 18,7 °C; 16,2 °C; 25,4 °C; 19,6 °C; 14,9 °C; 24,6 °C; 18,2 °C; 28,4 °C; 22,2 °C; 24,9 °C; 20,8 °C; 21,2 °C; 19,5 °C; 18,4 °C; 25,0 °C

II: 1,7 °C; −4,8 °C; −2,2 °C; 5,8 °C; −1,1 °C; −0,5 °C; 4,4 °C; 1,7 °C; −0,1 °C; −4,2 °C

THEORETISCHER UND PRAKTISCHER INHALT DER DIDAKTISCHE EINHEIT ZUR BENÜTZUNG ALS HILFSMATERIAL

1. WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

Um die Beschränkungen der Beschreibenden Statistik zu überwinden, versucht man, in zufällig gewonnenen empirischen Daten Muster oder Strukturen zu erkennen und durch ein Modell zu beschreiben. Derartige wahrscheinlichkeitstheoretische Modelle zum Beschreiben zufälliger Erscheinungen stutzen sich auf die folgenden begrifflichen Abstraktionen:

1. Einen Vorgang nennt man **Zufallsexperiment**, wenn dabei mindestens zwei Ergebnisse möglich sind und es vor Ablauf des Vorgangs nicht vorhersagbar ist, welches der möglichen Ergebnisse eintreten wird. Außerdem kann ein Zufallsexperiment (wenigstens prinzipiell) beliebig oft und in gleicher Weise ablaufen.

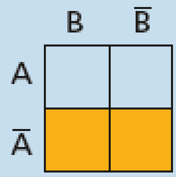
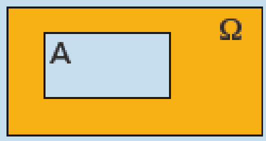
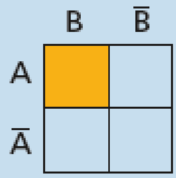
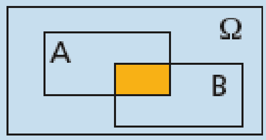
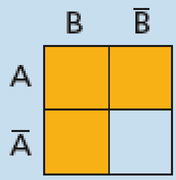
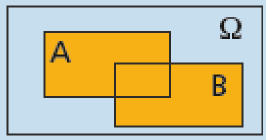
2. Alle Ergebnisse eines Zufallsexperiments werden zu einer Menge zusammengefasst. Eine derartige Menge Ω heißt **Ergebnismenge** eines Zufallsexperiments, wenn jedem für die Beobachtung möglichen Ergebnis genau ein Element aus Ω zugeordnet wird:

$\Omega = \{e \mid e \text{ ist Ergebnis des Zufallsexperiments}\}$

Zu einem Zufallsexperiment kann es verschiedene Ergebnismengen geben, da es vom jeweiligen Beobachtungsziel abhängt, was als Ergebnis definiert wird.

3. Jede Teilmenge A einer endlichen oder höchstens abzahlbar unendlichen Ergebnismenge Ω heißt **Ereignis A.**

Das Ereignis A tritt ein, wenn sich eines seiner Ergebnisse $e \in A$ einstellt.
Die einelementigen Teilmengen von Ω heißen **atomare Ereignisse.**

Symbol	Beschreibung	Mengenbild	
		Vierfeldertafel	VENN-Diagramm
$\overline{A}$	Das Gegenereignis (komplementäre Ereignis) $\overline{A}$ (lies: A quer) von A tritt genau dann ein, wenn A *nicht* eintritt.		
$A \cap B$	Das Ereignis **A und B** (A geschnitten B) tritt genau dann ein, wenn *sowohl* A *als auch* B eintritt.		
$A \cup B$	Das Ereignis **A oder B** (A vereinigt B) tritt genau dann ein, wenn *mindestens eines* der beiden Ereignisse A, B eintritt.		

4. Die Zahl Hn(A), die angibt, wie oft beim n- maligen Realisieren eines Zufallsexperiments das Ereignis A eingetreten ist, heißt **absolute Häufigkeit** und die Zahl hn(A) = Hn(A) / n **relative Häufigkeit** von A. Relative Häufigkeiten enthalten Informationen über bereits durchgeführte Zufallsexperiment.

5. Dem empirischen Gesetz der großen Zahlen ist zu entnehmen, dass sich die relativen Haufigkeiten hn(A) mit wachsender Anzahl n von Vorgangsrealisierungen gegen einen bestimmten Wert stabilisieren.

6. Wahrscheinlichkeiten P (A) sind reelle Zahlen zwischen 0 und 1, welche jedem Ereignis A eindeutig zugeordnet werden. Das sichere Ereignis Ω besitzt die Wahrscheinlichkeit 1, das unmögliche Ereignis ∅ die Wahrscheinlichkeit 0. Wahrscheinlichkeiten geben Auskunft über Chancen bei der Realisierung eines noch bevorstehenden Zufallsexperiments und tragen somit prognostischen Charakter.

7. Die Ereignisse A1, A2, …, An bilden eine Zerlegung von Ω genau dann, wenn sowohl jedes dieser Ereignisse eine positive Wahrscheinlichkeit besitzt als auch A1 ∪ … ∪ An = Ω gilt und die Ereignisse paarweise unvereinbar (d. h. Ai ∩ Aj = ∅ für i ≠ j) sind.

Unter bestimmten Voraussetzungen lassen sich **Wahrscheinlichkeiten berechnen** oder s**chätzen:**

- Besitzen bei einem Zufallsexperiment alle atomaren Ereignisse die gleiche Wahrscheinlichkeit 1/|Ω|, dann berechnet sich die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A ⊆ Ω nach folgender Formel:

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der Elemente in A}}{\text{Anzahl der Elemente in } \Omega} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

- Wird ein Zufallsexperiment n-mal realisiert, dann kann für große Werte von n die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A durch die relativen Häufigkeiten h n(A) aufgrund des empirischen Gesetzes der großen Zahlen geschätzt werden.

<u>TREBALL A FER SOBRE LA TEORIA DE LA PROBABILITAT</u>

1. Defineix amb les teves paraules el significat dels següents conceptes:
   - Zufallsexperiment
   - Ereignis
   - Absolute Häufigkeit
   - Relative Häufigkeit
   - Gesetz der großen Zahlen

2. Fes un quadre explicant el seu contingut en català dels atomare Ereignisse, fent esmena als diferents símbols emprats

3. Esmena breument les abstraccions que ens permetran treballar amb probabilitat:

4. Quines característiques són necessàries per poder treballar amb probabilitats?

AUFGABEN / TASQUES A FER

1. a) Zufallsexperiment: Einmaliges Werfen eines normalen mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 beschrifteten Würfels

Geben Sie je ein Beispiel für eine Ergebnismenge mit (genau) einem, zwei, …,sechs Elementen an.

b) Sebastian soll den Anteil der Pankower unter den Berliner Schülern seines Gymnasiums ermitteln, indem er in seine Untersuchung alle Schüler der Schule einbezieht.

Geben Sie einige – auf den ersten Blick – geeignet erscheinende Ergebnismengen an. Begründen Sie anschließend, inwieweit diese tatsächlich geeignet sind. Erstellen und losen Sie eine entsprechende Aufgabe für Ihre Schule.

2. Zufallsexperiment: Zweimaliges Werfen eines normalen mit den Augenzahlen1, 2, 3, 4, 5 und 6 beschrifteten Würfels.

Interpretieren Sie Ω i als jeweils zugehörige Ergebnismenge.

$\Omega1 = \{(1; 1), (1; 2), \dots, (1; 6), (2; 2), (2; 3), \dots, (2; 6), \dots, (6; 6)\}$ mit $|\Omega1| = 21$

$\Omega2 = \{(1; 1), (1; 2), \dots, (1; 6), (2; 1), \dots, (2; 6), \dots, (6; 1), \dots, (6; 6)\}$ mit $|\Omega2| = 36$

$\Omega3 = \{2; 3; ... ; 11; 12\}$ mit $|\Omega3| = 11$

$\Omega4 = \{1; 2; \dots; 6; 8; \dots; 24; 25; 30; 36\}$ mit $|\Omega4| = 18$

3. a) Geben Sie alle Teilmengen der Ergebnismenge $\Omega = \{a; b\}$ an.

b) Geben Sie alle Teilmengen von Ω an, wenn Ω die Menge der ersten drei ungeraden Primzahlen ist. Nennen Sie alle zu Ω gehörenden Ereignisse, die eintreten, wenn sich das Ergebnis 3 einstellt.

c) Die Anzahl aller zu der Ergebnismenge Ω gehörenden Ereignisse ist sowohl bei Teilaufgabe a) als auch bei b) eine positive und durch 4 teilbare natürliche Zahl. Untersuchen Sie, inwieweit diese Auffälligkeit zu verallgemeinern ist. Begründen Sie Ihre Hypothese.

4. Interpretieren Sie die im Folgenden gegebenen Daten als Ergebnisse eines geeigneten Zufallsexperiments:

2 1 3 1 1 1 3 2 1 3 3 3 1 2 1 1 3 3 3 1

Begründen Sie Ihre Wahl für die Ergebnismenge Ω und die Wahrscheinlichkeiten der atomaren Ereignisse $\{e\}$ mit $e \in \Omega$.

Hinweis: Eine größere Datenmenge können Sie der CD entnehmen.

5. Erklären Sie, was man hinsichtlich der Anzahl der „gefallenen“ Zahlen prognostizieren kann, wenn eine Münze wie angegeben geworfen werden soll.

a) 10mal;

b) 1 000mal

6. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beim Würfeln

a) eine gerade Augenzahl;

b) eine prime Augenzahl;

c) eine Augenzahl, deren Quadratzahl großer als zwei ist;

d) eine Augenzahl, die als Exponent zur Basis 2 einen Potenzwert kleiner als 20 ergibt, fallt.

7. Geben Sie zu jedem der folgenden Ereignisse die ihm entsprechende Vierfedertafel an:

C = {weder A noch B};

D = {entweder beide oder keines der Ereignisse A und B};

E = {sowohl A als auch B};

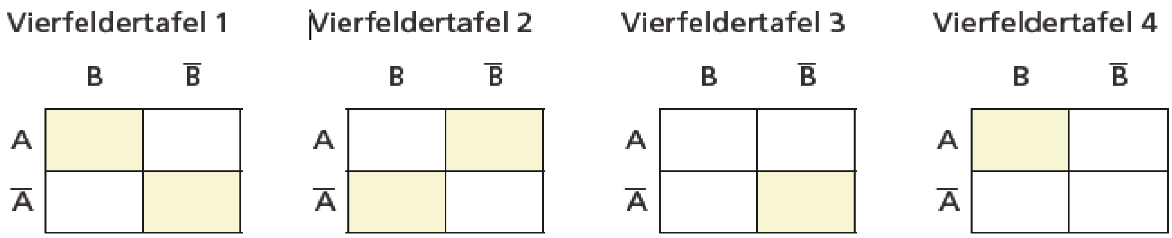
F = {entweder A oder B};

$G = A \cap B$;

$H = (A \cap B) \cup (A \cap B)$;

$J = (A \cap B)$;

$K = (A \cap B) \cup (A \cap B)$



8. Für ein Zufallsexperiment, das durch die Ergebnismenge $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ beschrieben wird, seien die Ereignisse $A = \{1; 3; 5\}$, $B = \{2; 3; 4\}$ und $C = \{1; 2\}$ definiert.

Geben Sie das angegebene Ereignis jeweils als Teilmenge von Ω in aufzählender Schreibweise an.

a) $A \cup C$	b) $A \cup B$	c) A	d) $A \cap B$
e) $A \cup C$	f) $A \cap B \cap C$	g) $A \cup B \cap C$	h) $A \cap C$

2. WAHRSCHEINLICHKEIT NACH LAPLACE

TASQUES PER INTRODUIR EL CONCEPTE

1. Von dem französischen Mathematiker Pierre Simon de Laplace (1749 bis 1827) stammt die folgende Definition:
Die Wahrscheinlichkeit für die Existenz eines Ereignisses ist also nichts anderes als das Verhältnis der Anzahl der günstigen Fälle zu der aller möglichen Fälle, wenn wir außerdem keinen Grund sehen, weswegen einer dieser Fälle leichter einträte als ein anderer.
Leiten Sie Eigenschaften der so definierten Wahrscheinlichkeit P her.

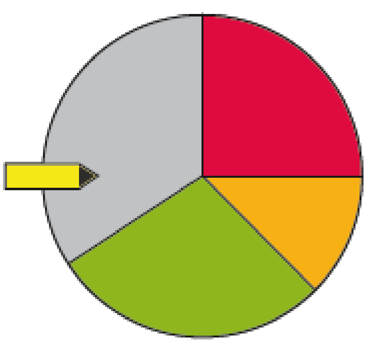
2. Beschreiben Sie Zufallsexperimente, bei denen die Anwendung der Definition von Laplace sinnvoll und nützlich ist. Nennen Sie historische und mathematische Zusammenhänge zwischen der angeführten Definition und Glücksspielen.

3. In der höfischen Pariser Gesellschaft des 17. Jahrhunderts florierte das Glücksspiel. Gewettet wurde zum Beispiel auf die Augensumme beim gleichzeitigen Wurf dreier symmetrischer Würfel. Der Chevalier de Mere (1610 bis 1685), eine vielseitig gebildete Persönlichkeit und ein leidenschaftlicher Spieler, meinte dabei, auf ein Paradoxon gestoßen zu sein: Die Augensummen 11 und 12 hatten die gleiche Chance geworfen zu werden, denn fur jede gibt es sechs Möglichkeiten (6-4-1,6-3-2,5-5-1,5-4-2,5-3-3,4-4-3 bzw. 6-5-1,6-4-2,6-3-3,5-5-2,5-4-3,4-4-4).

Seine Erfahrungen besagten aber, dass die Augensumme 11 häufiger auftritt als die Augensumme 12.

Losen Sie das Paradoxon auf. Leiten Sie Konsequenzen hieraus für den Umgang mit der Wahrscheinlichkeitsdefinition von Laplace her.

4. Berechnen Sie für das nebenstehend abgebildete Glücksrad unter Anwendung der Definition von Laplace die Wahrscheinlichkeit, dass der Pfeil nach dem Drehen auf dem grünen Sektor stehen bleibt. Beurteilen Sie, ob man analog auch bei anderen nicht hinreichend symmetrischen Objekten („nicht-würfligen" Quadern, Kronenverschlüssen usw.) vorgehen kann.



5. Diskutieren Sie die generellen Anwendungsmöglichkeiten der obigen Definition.

WAHRSCHEINLICHKEIT NACH LAPLACE ODER KLASSISCHER WAHRSCHKEITSDEFINITION

Das LAPLACE-Modell eines Zufallsexperiments basiert auf der Annahme, dass jedes seiner endlich vielen Ergebnisse e aus Ω dieselbe Chance besitzt einzutreten, d. h., jedem atomaren Ereignis $\{e\}$ wird dieselbe Wahrscheinlichkeit zugeordnet:

$$P(\{e\}) = \frac{1}{\text{Anzahl der Elemente in } \Omega} = \frac{1}{|\Omega|}$$

Für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A gilt dann:

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der für A günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}} = \frac{\text{Anzahl der Elemente in A}}{\text{Anzahl der Elemente in } \Omega} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Es gibt noch eine formale Definition der Wahrscheinlichkeit mit bestimmte Eigenschaften:

Für die definierte Wahrscheinlichkeit gelten die folgenden Eigenschaften:

- $P(A)$ ist eine rationale Zahl mit $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(\Omega) = 1$
- $P(\emptyset) = 0$

Was ist ein Laplace Experiment?

Ein Laplace Experiment ist ein auf theoretischen Überlegungen basierendes Modell. Es kann unter anderem mit der Vorstellung verbunden werden:
• dass aus einer Urne ein Los bzw. eine Kugel „auf gut Glück“ oder „blind“ oder „rein zufällig“ oder „wahllos“ gezogen wird bzw.
• dass eine Münze, ein Tetraeder, ein Würfel usw. geworfen wird, wobei diese „ideal“ oder „fair“ oder „ungezinkt“ oder „nicht manipuliert“ sind.

Wie wird es signalisiert?

- „Keines der möglichen Ergebnisse ist bevorzugt.“
- „Jedes Ergebnis besitzt die gleiche Chance.“
- „Die Laplace Annahme ist gerechtfertigt.“
- „Ein Laplace Experiment werde realisiert.“

TREBALL A FER SOBRE LA DEFINICIÓ DE PROBALITAT SEGONS LAPLACE

1. Defineix amb les teves paraules la definició de Laplace:

2. Raona i comenta amb les teves paraules, el funcionament d'un experiment de Laplace.

3. Quines característiques té el model?

4. Com podrem adonar-nos de que es tracta d'un experiment de Laplace?

AUFGABEN / TASQUES A FER

1. *Nennen Sie für* das gegebene Zufallsexperiment jeweils Abstraktionen oder Idealisierungen, welche die Laplace Annahme rechtfertigen, sowie sprachliche Wendungen, welche diese Annahme signalisieren.
a) einmaliges Werfen eines Würfels;
b) Entnahme einer Kugel aus einer Urne

2. Zufallsexperiment: Einmaliges Werfen eines Laplace Tetraeders, dessen Seitenflächen mit 1 bis 4 durchnummeriert sind *Entscheiden Sie*, welche der folgenden Mengen als Ergebnismengen dieses Zufallsexperiments geeignet sind und für welche die Laplace Annahme gerechtfertigt ist:

Ω1 = {1; 2; 3; 4} Ω2 = {1; Augenzahl kleiner als 3; 3; 4}
Ω3 = {gerade Augenzahl; 1; 3} Ω4 = {gerade Augenzahl; ungerade Augenzahl}
Ω5 = {4; keine 4} Ω6 = {1; 3; keine ungerade Augenzahl}

3. Zufallsexperiment:

Einmaliges Werfen eines ungezinkten Würfels mit der Ergebnismenge Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

Ereignisse: A = {Augenzahl ist 5}; B = {Augenzahl ist gerade};
C = {Augenzahl ist großer als 2}; D = {Augenzahl ist Teiler von 60};
E = {Augenzahl ist weder gerade noch prim}

a) *Berechnen Sie* die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A bis E.
b) *Berechnen Sie* die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse $A \cap B$, $B \cup C$, $B \cup C$, $A \cap B \cap C$ und $A \cup B \cup C$.
c) *Ermitteln Sie* mittels Computersimulation eine Hypothese über den Wert von $P(B \cap C)$ und *diskutieren Sie* diese im Vergleich zum berechneten Wert.

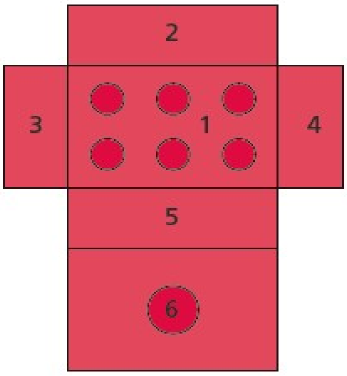
3. <u>STATISTISCHER WAHRSCHEINLICHKEITSBEGRIFF</u>

<u>TASQUES PER INTRODUIR EL CONCEPTE</u>

1. Entscheiden Sie sich für ein unsymmetrisches Zufallsgerät (Lego Baustein, Kronenverschluss o. A.) und für ein Ereignis A, dessen Wahrscheinlichkeit Sie experimentell bestimmen mochten.

Beschreiben Sie eine Vermutung über die Wahrscheinlichkeit P(A). Werfen Sie das Zufallsgerät 600mal und berechnen Sie fortlaufend die relativen Häufigkeiten h1(A) bis h600(A) .

Stellen Sie die Folge dieser relativen Häufigkeiten grafisch dar. Nutzen Sie zum Auswerten möglichst einen Computer.



2. Werfen Sie das gleiche Zufallsgerät (tatsächlich oder fiktiv) erneut 600mal und beobachten Sie dabei wiederum das Ereignis A. Klaren Sie, ob h600(A) aus der ersten oder h600(A) aus der zweiten Versuchsreihe der bessere Wert für die Bestimmung von P(A) ist.

3. Nennen Sie die Bedingungen, die erfüllt sein müssen, damit lim n → ∞ hn(A) = P(A) im Sinne der Analysis gilt. Widerlegen Sie, dass diese erfüllt oder erfüllbar sind, wenn ein Zufallsexperiment n-mal unter gleichen Gegebenheiten durchgeführt wird.

Nutzen Sie Ihre Würfelerfahrungen und die von Ihnen erstellte „Würfelstatistik“.

4. Was ist wahrscheinlicher, (A) oder (B)?
(A) In einer Klinik sind von 10 Neugeborenen mindestens sieben Mädchen.
(B) In einer Klinik sind von 100 Neugeborenen mindestens 70 Mädchen.

Fuhren Sie in Ihrer Klasse eine Datenerhebung zu dieser Frage durch und bestimmen

Sie daraufhin mit Mitteln der Beschreibenden Statistik eine Antwort.

Beurteilen Sie die so gefundene Antwort mithilfe Ihres theoretischen Wissens.

AUFGABEN / TASQUES A FER

Konstantin hat die nebenstehende Zeitungsnotiz gelesen und mochte nun wissen, wie es um das Schulschwänzen an seinem Gymnasium bestellt ist.

Vom Schulleiter erfahrt er, dass von zwei Schulschwänzern ausgegangen wird und beide der Abiturstufe angehören.

a) *Diskutieren Sie* anhand der gegebenen Informationen zum Thema „Relative Häufigkeiten“.

b) *Erörtern Sie*, wie falsch die Behauptung ist, dass die relativen Häufigkeiten ein in der Mathematik brauchbares Maß für die Zufälligkeit des Eintretens eines Ereignisses sind.

Die Zahl der Schulschwänzer nimmt zu

Bielefeld (ddp). Fünf bis zehn Prozent der deutschen Schüler schwänzen nach Expertenansicht die Schule. Die Mehrzahl der Schüler sei zwischen 14 und 16 Jahre alt, schreibt die Bielefelder Tageszeitung unter Berufung auf einen Bericht der Konferenz der Schulaufsicht in Deutschland.
Schulschwänzer gebe es nicht nur in der Hauptschule, sondern zunehmend auch in Real- und Gesamtschulen. Insgesamt sei ein leichter Anstieg zu verzeichnen, der aber noch nicht alarmierend sei.

4. AXIOMATISCHER WAHRSCHEINLICKEITSBEGRIFF UND RECHENREGELN FÜR WAHRSCHEINLICHKEITEN

TASQUES PER INTRODUIR EL CONCEPTE

1. Recherchieren Sie zu den Begriffen „Axiom“ und „Axiomensystem“ im Allgemeinen sowie zum Axiomensystem der euklidischen Geometrie im Besonderen. Nennen Sie aufgrund Ihrer Recherche Bedingungen, die ein Axiomensystem erfüllen sollte.

2. Nehmen Sie an, der Wahrscheinlichkeitsbegriff werde analog definiert wie die Grundbegriffe der Geometrie oder wie die Schachfiguren.

Beschreiben Sie die Eigenart eines derartigen Wahrscheinlichkeitsbegriffs im Verhältnis zum Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Laplace oder zum statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff.

3. Leiten Sie aus der Definition der relativen Häufigkeiten Eigenschaften für hn(A) ab.

Erstellen Sie daraus Hypothesen für ein Axiomensystem der Wahrscheinlichkeitstheorie.

RECHENREGELN FÜR WAHRSCHEINLICHKEITEN

Aus obigen Axiomen lassen sich Regeln ableiten, die für das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten sehr nützlich sein können und die auch für relative Häufigkeiten gelten.

1. Umfasst ein Ereignis A genau die Ergebnisse e1 bis em und sind die Wahrscheinlichkeiten der atomaren Ereignisse {ei} mit i = 1, 2, ..., m bekannt, so kann man P (A) mit der elementaren Summenregel berechnen:
P(A) = P({e1}) + P({e2}) + ... + P({em})

2. Erweist sich das Berechnen der Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis A als zu kompliziert, ist es mitunter von Vorteil, zur Betrachtung des Gegenereignisses A überzugehen. Dabei nutzt man die folgende Komplementärregel:
P(A) = 1 – P(A)

3. Wenn die Wahrscheinlichkeit berechnet werden soll, dass ein Ereignis A oder ein Ereignis B eintritt (A∪B), dann dürfen die gemeinsamen Ergebnisse von A und B nur einmal berücksichtigt werden.
Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A ∪ B kann nach der allgemeinen Summenregel ermittelt werden:
P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B)

AUFGABEN / TASQUES A FER

1. *Untersuchen Sie*, ob P eine Wahrscheinlichkeitsverteilung eines Zufallsexperiments mit der dreielementigen Ergebnismenge Ω = {a; b; c} ist.

a) P({a}) = 0,8; P({b}) = – 0,2; P({c}) = 2/5
b) P({a}) = 0,3; P({b}) = 0,4; P({c}) = 0,03
c) P({a; b}) = 0,2; P({c}) = 0,8

2. Ein Zufallsexperiment sei beschrieben durch die Ergebnismenge Ω = {1; 2; 3; 4} und seine Wahrscheinlichkeitsverteilung P.

Berechnen Sie jeweils P({1}).
a) P({3}) = 0,16 ; P({4}) = 0,125; P({1}) = 3 · P({2})
b) P({2; 3}) = 0,60; P({3; 4}) = 0,75; P({2}) = 0,1

ZUSÄTLICHE AUFGABEN

ZUM ARGUMENTIEREN

***1. Entscheiden Sie* jeweils, ob für … entweder „Wahrscheinlichkeit“ oder „relative Häufigkeit“ zu ergänzen ist, sodass wahre Aussagen entstehen:**

- •… dienen der Prognose, sie geben Auskunft über Chancen bei bevorstehenden Realisierungen eines Zufallsexperiments.
- … machen stets Aussagen über bereits realisierte Zufallsexperimente.

2. *Beschreiben Sie* das Ereignis jeweils möglichst kurz in Worten:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c)$A \cap B$ d) $(A \cap B) \cup (A \cap B)$

***3. Untersuchen Sie* jeweils den Wahrheitswert der Aussage. Beachten Sie dabei, dass die Aussage noch ohne „Quantifikator“ steht, d.h., es wäre beispielsweise zu ergänzen, ob die Aussage „für alle $A \subseteq \Omega$“ oder nur „für spezielle $A \subseteq \Omega$“ gelten soll.**

a) $P(A) = hn(A)$ b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ c) $A \subseteq B \Rightarrow P(A) < P(B)$

ZUM MODELLIEREN UND PROBLEMLÖSEN

1. Dorothea ist 19 Jahre alt. Sie hat ihr Abitur an einem Spezialgymnasium für Musik mit gutem Erfolg abgelegt. In ihrer Freizeit nimmt sie häufig an Tanzturnieren teil.

Entscheiden Sie, welche der beiden folgenden Aussagen wahrscheinlicher ist.
(A) Dorothea ist Mitglied eines Ruderclubs.
(B) Dorothea studiert Musik und ist Mitglied eines Ruderclubs.

2. Unter dem Chancenverhältnis eines Ereignisses A versteht man das Verhältnis der Chance für dessen Eintreten zu der Chance für das Eintreten des entgegengesetzten Ereignisses A .

a) *Nennen Sie* die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn mit dem Chancenverhältnis 5 : 3.
b) *Berechnen Sie* das Chancenverhältnis für einen Gewinn, wenn die Gewinnwahrscheinlichkeit 0,3 betragt.

ZUM KOMMUNIZIEREN UND KOOPERIEREN

Kaum ein Hotel vergibt ein Zimmer mit der Nummer 13, kaum eine Fluggesellschaft einen Sitzplatz mit dieser Zahl. Selbst das Lottoziehungsgerät scheint eine gewisse Abneigung gegen die 13 zu hegen (siehe nebenstehende Übersicht).

So ergaben sich beim Versuch, die Wahrscheinlichkeit $P(\{13\})$ zu ermitteln, mit der am nächsten Samstag die Dreizehn gezogen wird, folgende drei Antworten:
$P(\{13\}) > P(\{38\})$; $P(\{13\}) = 1/49$;

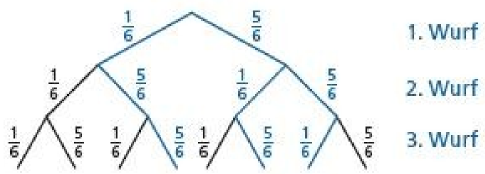
$P(\{13\}) \approx 485/\ 4\ 492$

Diskutieren Sie mit PRO und KONTRA.

Häufigste Zahlen		Seltenste Zahlen	
38	602-mal	13	485-mal
25	592-mal	28	508-mal
26	590-mal	45	509-mal
43	585-mal	15	517-mal
27	584-mal	20	517-mal
49	578-mal	8	522-mal
31	576-mal	29	523-mal
3	569-mal	10	525-mal
9	568-mal	34	528-mal
6	568-mal	12	536-mal

WIEDERHOLUNG UND SYSTEMATISIERUNG

THEORIE

Vorgänge mit verschiedenen Ergebnissen bezüglich eines Merkmals heißen zufällige **Vorgänge.** Alle möglichen Ergebnisse bilden die **Ergebnismenge S.**	*Vorgang:* einmaliges Werfen eines Würfels *Merkmal:* gewürfelte Augenzahl $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
Zufällige Ereignisse sind Aussagen über das Eintreten von Ergebnissen. Sie werden mit großen Buchstaben bezeichnet.	$A = \{2; 4; 6\}$ (gerade Augenzahlen) $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ (Augenzahlen ohne die 6)
Alle Ereignisse, die nicht zu A gehören, werden **Gegenereignisse** $\overline{A}$ genannt.	$\overline{A} = \{1; 3; 5\}$ (ungerade Augenzahl)
Die relative Häufigkeit für das Eintreten eines Ereignisses A ist ein Näherungswert für die **Wahrscheinlichkeit P(A).** Es gilt: $P(A) + P(\overline{A}) = 1$	$P(A) = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$ $P(B) = \frac{5}{6} = 0{,}8\overline{3} = 83{,}\overline{3}\,\%$ $P(\overline{A}) = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$
Haben alle Ergebnisse die gleiche Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{m}$, so liegt eine Gleichverteilung vor. **Es gilt die LAPLACE-Regel:** $P(E) = \frac{\text{Anzahl der für A günstigen Ereignisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ereignisse}} = \frac{g}{m}$	E: Die Augenzahl ist eine Quadratzahl *günstige Augenzahlen:* 1; 4 *mögliche Augenzahlen:* 1; 2; 3; 4; 5; 6 $P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\,\%$
Zufällige Vorgänge aus mehreren Teilvorgängen (mehrstufige Vorgänge) können in **Baumdiagrammen** veranschaulicht werden. 1. Die Wahrscheinlichkeit für ein zusammengesetztes Ergebnis ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades. 2. Bilden mehrere zusammengesetzte Ergebnisse ein Ereignis, so ist die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ergebnisse.	*Vorgang:* dreimaliges Werfen eines Würfels *Merkmal:* die 6 tritt genau einmal auf  $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{216}$ $P(A) = 3 \cdot \frac{25}{216} = \frac{25}{72} = 0{,}347\overline{2} = 34{,}7\overline{2}\,\%$

PRAXIS

1. Geben Sie alle Ergebnisse an, die bei den folgenden Vorgängen auftreten können.
a) Summe der Augenzahlen nach dem Werfen von zwei Würfeln
b) sichtbare Bilder nach dem gleichzeitigen Werfen zweier Münzen
c) Farbe der Schachfigur bei einem Zug

2. Geben Sie zu folgenden Ereignissen die Gegenereignisse an, wenn mit einem Würfel gewürfelt wurde.
a) Es wird eine gerade Zahl gewürfelt.
b) Es wird eine 2 oder eine 3 gewürfelt.
c) Es wird keine 6 gewürfelt.
d) Es wird eine Zahl gewürfelt, die kleiner als 3 ist.

3. Wie groß ist jeweils die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse beim Würfeln eines Würfels?
a) Es wird eine 5 gewürfelt. b) Es wird eine durch 2 teilbare Zahl gewürfelt.
c) Es wird keine 6 gewürfelt. d) Es wird eine gerade oder eine ungerade Zahl gewürfelt.

4. Geben Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten in Prozent an.
a) 0,5 b) ¼ c) 1 d) 34/100 e) 6/6

5. Welche verschiedenen Ergebnisse sind für folgende Vorgänge möglich?
a) Eine Münze wird dreimal hintereinander geworfen.
b) Geschlecht bei einer Zwillingsgeburt
c) Anziehen einer Hose (schwarz bzw. grau) und eines T-Shirts (weiß bzw. rot)

6. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Würfeln von „blau“ bei folgenden Netzen?

7. Skizzieren Sie ein Glücksrad mit blauen und weißen Feldern, sodass die Gewinnchance beim Erdrehen eines blauen Feldes wie folgt ausfällt:
a) 50 % b) 33 1/3% c) 75 % d) 16,6 %

8. a) Bei einer Losbude sind 75 % aller Lose Nieten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann beim Kaufen eines Loses ein Gewinn erwartet werden?
b) Eine Familie (5 Personen) kauft pro Person zwei Lose. Dabei ist ein Gewinnlos.
Ermitteln Sie einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit, eine Niete zu ziehen.

9. Eine Münze wird zweimal hintereinander geworfen.
a) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm für diesen Vorgang.
b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal die Zahl oben liegt.
c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass einmal die Zahl und einmal das Wappen oben liegt.

10. In einem Ziehungsbehälter befinden sich nur weiße und schwarze Kugeln.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für die Wahl einer schwarzen Kugel an.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
weiß	100	50	100	50	1000	999
schwarz	100	100	50	50	2000	1

11. Eine Computerbaugruppe besteht aus vier voneinander unabhängig arbeitenden Bauteilen. Die Fehlerquote bei der Produktion beträgt für das erste Bauteil 0,2 %, für das zweite Bauteil 0,3 %, für das dritte Bauteil 0,4 % und für das vierte Bauteil 0,5 %.
a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei der Endkontrolle alle vier Teile defekt sind.
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann die Baugruppe die Endkontrolle (ohne Fehler) passieren?

12. Drei Freunde wollen per Los entscheiden, wer von ihnen die Kinokarten abholen soll. Sie haben drei Lose (ein „Gewinnlos“; 2 Nieten) vorbereitet. Sie ziehen die Lose nacheinander.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht jeder von ihnen das Gewinnlos?
Warum ist derjenige, der das dritte Los zieht, nicht benachteiligt?
b) Könnte es sein, dass einer der drei Freunde dreimal hintereinander ein „Gewinnlos“ zieht?
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

ÜBERBLICK DER DIDAKTISCHE EINHEIT

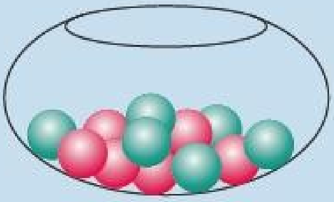
WAHRSCHEINLICHKEITSBEGRIFF NACH LAPLACE

Die geschichtlich erste formale Definition von Wahrscheinlichkeit geht auf den französischen Mathematiker LAPLACE zurück. Dieser Wahrscheinlichkeitsbegriff

- beschränkt sich auf Zufallsexperimente, bei denen jedes seiner endlich vielen Ergebnisse dieselbe Chance besitzt einzutreten;
- entspricht dem Modell der Gleichverteilung.

LAPLACE-Regel:

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der für A günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

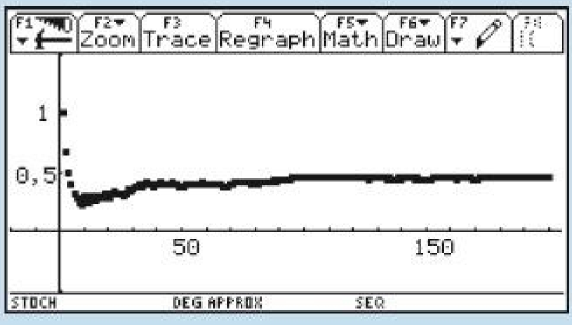


STATISTISCHER WAHRSCHEINLICHKEITSBEGRIFF

Der statistische Wahrscheinlichkeitsbegriff ist dadurch charakterisiert, dass

- er von der Erfahrungstatsache des Stabilwerdens relativer Häufigkeiten ausgeht;
- durch ihn auch Zufallsexperimente erfasst werden können, die keine LAPLACE-Experimente sind;
- relative Häufigkeiten nicht im Sinne der Analysis konvergieren.

Die relativen Häufigkeiten $h_n(A)$ stabilisieren sich für hinreichend große n gegen einen bestimmten Wert P(A).



AXIOMATISCHER WAHRSCHEINLICHKEITSBEGRIFF

Durch den russischen Mathematiker KOLMOGOROW erfolgte eine axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeitstheorie. Diese ist dadurch gekennzeichnet, dass

- eine Wahrscheinlichkeitsverteilung als eine Funktion P aufgefasst wird, die jeder Teilmenge A einer endlichen (Ergebnis-)Menge Ω eine reelle Zahl P(A) zuordnet und die den nebenstehend angegebenen Axiomen genügt;
- die Rechenregeln für relative Häufigkeiten auch für Wahrscheinlichkeiten gelten.

Axiomensystem von KOLMOGOROW:

- $P(A) \geq 0$ (Nichtnegativität)
- $P(\Omega) = 1$ (Normiertheit)
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, falls $A \cap B = \emptyset$ (Additivität)

Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten:

- $0 \leq P(A) \leq 1$ mit $P(\emptyset) = 0$ und $P(\Omega) = 1$
- $P(A) = \sum_{e_i \in A} P(\{e_i\})$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

ANNEX 2: L'AVALUACIÓ DE LA COMPETÈNCIA MATEMÀTICA A ALEMANYA

LES PROVES PISA

LES PROVES PISA A ALEMANYA

Situació d'Alemanya en el marc dels Estats membres de la OCDE

Staat					Perzentile					
OECD-Staaten	*M*	(*SE*)	*SD*	(*SE*)	5%	10%	25%	75%	90%	95%
Korea	546	(4.0)	89	(2.5)	397	430	486	609	659	689
Finnland	541	(2.2)	82	(1.1)	399	431	487	599	644	669
Schweiz	534	(3.3)	99	(1.6)	363	401	468	604	658	689
Japan	529	(3.3)	94	(2.2)	370	407	468	595	648	677
Kanada	527	(1.6)	88	(1.0)	379	413	468	588	638	665
Niederlande	526	(4.7)	89	(1.7)	378	406	460	593	640	665
Neuseeland	519	(2.3)	96	(1.6)	355	392	454	589	642	671
Belgien	515	(2.3)	104	(1.8)	335	373	444	593	646	675
Australien	514	(2.5)	94	(1.4)	357	392	451	580	634	665
Deutschland	513	(2.9)	98	(1.7)	347	380	443	585	638	666
Estland	512	(2.6)	81	(1.6)	378	409	458	567	616	643
Island	507	(1.4)	91	(1.2)	352	388	447	569	623	652
Dänemark	503	(2.6)	87	(1.3)	358	390	445	564	614	644
Slowenien	501	(1.2)	95	(0.9)	345	379	435	569	628	659
Norwegen	498	(2.4)	85	(1.2)	354	387	441	557	608	636
Frankreich	497	(3.1)	101	(2.1)	321	361	429	570	622	652
Slowakische Republik	497	(3.1)	96	(2.4)	342	376	432	561	621	654
Österreich	496	(2.7)	96	(2.0)	338	370	425	566	620	650
Polen	495	(2.8)	88	(1.4)	348	380	434	557	609	638
Schweden	494	(2.9)	94	(1.3)	339	374	432	560	613	643
Tschechische Republik	493	(2.8)	93	(1.8)	342	374	428	557	615	649
Vereinigtes Königreich	492	(2.4)	87	(1.2)	348	380	434	552	606	635
Ungarn	490	(3.5)	92	(2.8)	334	370	428	554	608	637
Luxemburg	489	(1.2)	98	(1.2)	324	360	423	560	613	643
Vereinigte Staaten	487	(3.6)	91	(1.6)	337	368	425	551	607	637
Irland	487	(2.5)	86	(1.6)	338	376	432	548	591	617
Portugal	487	(2.9)	91	(1.5)	334	367	424	551	605	635
Spanien	483	(2.1)	91	(1.1)	328	364	424	546	597	625
Italien	483	(1.9)	93	(1.7)	330	363	420	548	602	632
Griechenland	466	(3.9)	89	(2.0)	319	352	406	527	580	613
Israel	447	(3.3)	104	(2.4)	272	310	374	520	581	615
Türkei	445	(4.4)	93	(3.0)	304	331	378	506	574	613
Chile	421	(3.1)	80	(1.7)	293	322	366	473	527	559
Mexiko	419	(1.8)	79	(1.1)	289	318	366	472	520	547
OECD-Durchschnitt	496	(0.5)	92	(0.3)	343	376	433	560	613	643

signifikant über dem OECD-Durchschnitt

nicht signifikant verschieden vom OECD-Durchschnitt

signifikant unter dem OECD-Durchschnitt

Font: *PISA 2009 „Bilanz nach einem Jahrzehnt“. Kapitel 5. Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009*

Situació d'Alemanya en el marc dels Estats membres de la OCDE i dels Estats Associats

Staat					Perzentile					
OECD-Staaten	M	(SE)	SD	(SE)	5%	10%	25%	75%	90%	95%
Korea	546	(4.0)	89	(2.5)	397	430	486	609	659	689
Finnland	541	(2.2)	82	(1.1)	399	431	487	599	644	669
Schweiz	534	(3.3)	99	(1.6)	363	401	468	604	658	689
Japan	529	(3.3)	94	(2.2)	370	407	468	595	648	677
Kanada	527	(1.6)	88	(1.0)	379	413	468	588	638	665
Niederlande	526	(4.7)	89	(1.7)	378	406	460	593	640	665
Neuseeland	519	(2.3)	96	(1.6)	355	392	454	589	642	671
Belgien	515	(2.3)	104	(1.8)	336	373	444	593	646	675
Australien	514	(2.5)	94	(1.4)	357	392	451	580	634	665
Deutschland	513	(2.9)	98	(1.7)	347	380	443	585	638	666
Estland	512	(2.6)	81	(1.6)	378	409	458	567	616	643
Island	507	(1.4)	91	(1.2)	352	388	447	569	623	652
Dänemark	503	(2.6)	87	(1.3)	358	390	445	564	614	644
Slowenien	501	(1.2)	95	(0.9)	346	379	435	569	628	659
Norwegen	498	(2.4)	85	(1.2)	354	387	441	557	608	636
Frankreich	497	(3.1)	101	(2.1)	321	361	429	570	622	652
Slowakische Republik	497	(3.1)	96	(2.4)	342	376	432	561	621	654
Österreich	496	(2.7)	96	(2.0)	338	370	425	566	620	650
Polen	495	(2.8)	88	(1.4)	348	380	434	557	609	638
Schweden	494	(2.9)	94	(1.3)	339	374	432	560	613	643
Tschechische Republik	493	(2.8)	93	(1.8)	342	374	428	557	615	649
Vereinigtes Königreich	492	(2.4)	87	(1.2)	348	380	434	552	606	635
Ungarn	490	(3.5)	92	(2.8)	334	370	428	554	608	637
Luxemburg	489	(1.2)	98	(1.2)	324	360	423	560	613	643
Vereinigte Staaten	487	(3.6)	91	(1.6)	337	368	425	551	607	637
Irland	487	(2.5)	86	(1.6)	338	376	432	548	591	617
Portugal	487	(2.9)	91	(1.5)	334	367	424	551	605	635
Spanien	483	(2.1)	91	(1.1)	328	364	424	546	597	625
Italien	483	(1.9)	93	(1.7)	330	363	420	548	602	632
Griechenland	466	(3.9)	89	(2.0)	319	352	406	527	580	613
Israel	447	(3.3)	104	(2.4)	272	310	374	520	581	615
Türkei	445	(4.4)	93	(3.0)	304	331	378	506	574	613
Chile	421	(3.1)	80	(1.7)	293	322	366	473	527	559
Mexiko	419	(1.8)	79	(1.1)	289	318	366	472	520	547
OECD-Durchschnitt	496	(0.5)	92	(0.3)	343	376	433	560	613	643
OECD-Partnerstaaten										
Shanghai (China)	600	(2.8)	103	(2.1)	421	462	531	674	726	757
Singapur	562	(1.4)	104	(1.2)	383	422	490	638	693	725
Hongkong (China)	555	(2.7)	95	(1.8)	390	428	492	622	673	703
Chinesisch Taipeh	543	(3.4)	105	(2.3)	366	405	471	618	675	709
Liechtenstein	536	(4.1)	88	(4.4)	384	421	484	593	637	670
Macau (China)	525	(0.9)	85	(0.9)	382	415	468	584	634	663
Lettland	482	(3.1)	79	(1.4)	352	379	427	537	584	612
Litauen	477	(2.6)	88	(1.8)	332	363	417	537	590	621
Russische Föderation	468	(3.3)	85	(2.1)	329	360	411	524	576	609
Kroatien	460	(3.1)	88	(1.8)	315	347	399	521	574	606
Dubai (VAE)	453	(1.1)	99	(0.9)	294	326	381	523	584	619
Serbien	442	(2.9)	91	(1.9)	295	327	380	504	560	592
Aserbaidschan	431	(2.8)	64	(2.2)	334	354	387	469	512	541
Bulgarien	428	(5.9)	99	(2.8)	269	302	359	496	555	593
Rumänien	427	(3.4)	79	(2.1)	299	326	372	481	530	560
Uruguay	427	(2.6)	91	(1.7)	278	310	364	490	546	578
Thailand	419	(3.2)	79	(2.5)	295	321	365	469	522	554
Trinidad und Tobago	414	(1.3)	99	(1.2)	252	287	342	484	546	580
Kasachstan	405	(3.0)	83	(2.3)	276	303	347	459	514	548
Montenegro	403	(2.0)	85	(1.5)	263	295	346	459	509	543
Argentinien	388	(4.1)	93	(2.9)	231	271	327	451	509	543
Jordanien	387	(3.7)	83	(2.6)	249	281	333	443	490	520
Brasilien	386	(2.4)	81	(1.6)	261	287	331	436	493	531
Kolumbien	381	(3.2)	75	(1.7)	259	286	330	431	479	509
Albanien	377	(4.0)	91	(2.2)	226	261	317	438	493	526
Tunesien	371	(3.0)	78	(2.3)	247	273	318	423	471	499
Indonesien	371	(3.7)	70	(2.3)	260	284	324	416	462	493
Katar	368	(0.7)	98	(0.9)	227	256	300	425	506	557
Peru	365	(4.0)	90	(2.4)	222	252	303	424	480	516
Panama	360	(5.2)	81	(3.2)	235	261	306	409	466	503
Kirgisistan	331	(2.9)	81	(2.1)	204	231	278	382	436	473

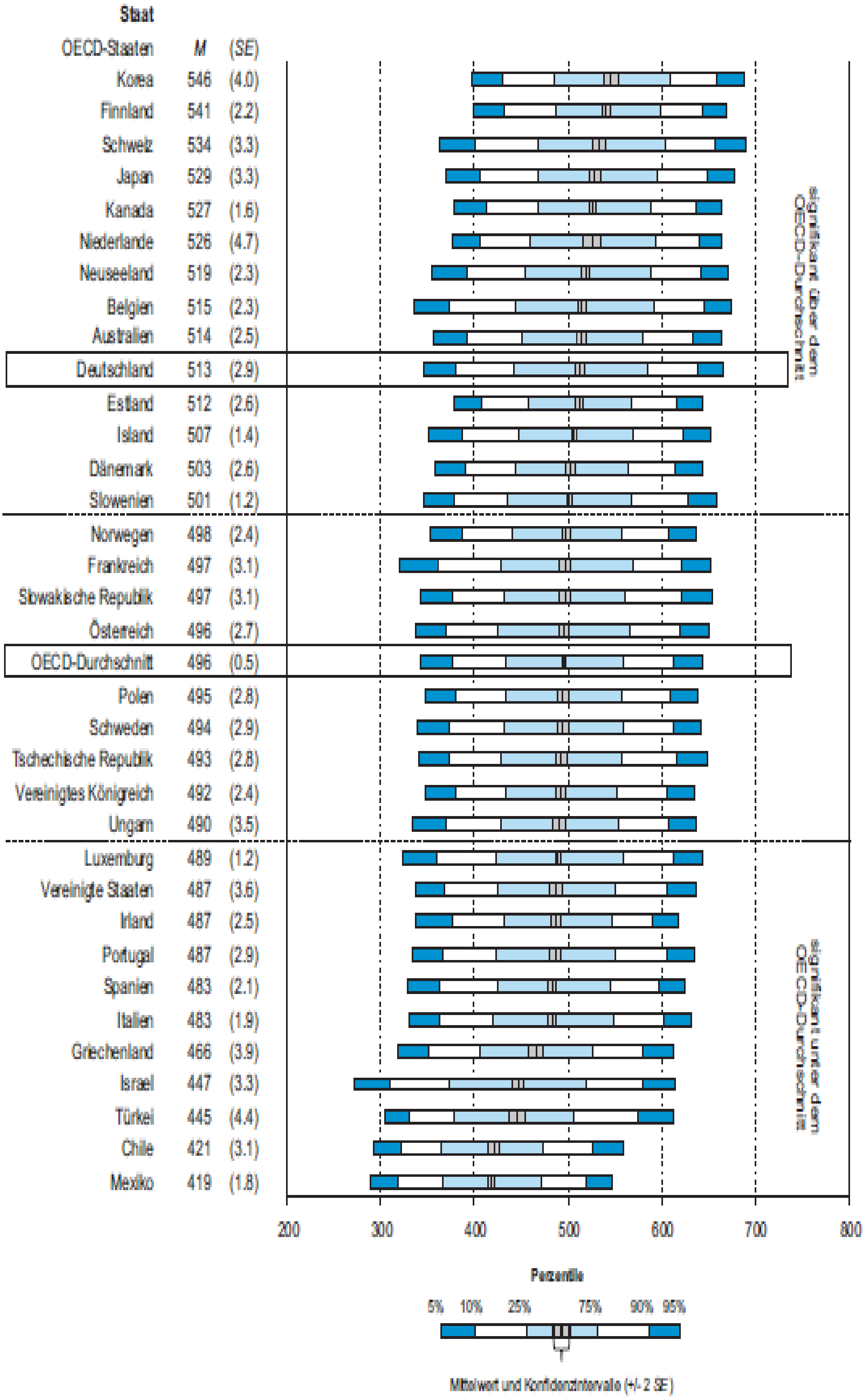
signifikant über dem OECD-Durchschnitt

nicht signifikant verschieden vom OECD-Durchschnitt

signifikant unter dem OECD-Durchschnitt

Font: *PISA 2009 „Bilanz nach einem Jahrzehnt". Kapitel 5. Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009*

Situació d'Alemanya en el marc dels Estats membres de la OCDE en percentils



Font: *PISA 2009 „Bilanz nach einem Jahrzehnt". Kapitel 5. Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009*

Definició dels nivells de competència i escala numèrica

Kompetenz-stufe	Wozu die Schülerinnen und Schüler auf der jeweiligen Stufe im Allgemeinen in der Lage sind
VI	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können Informationen, die sie aus der Untersuchung und Modellierung komplexer Problemsituationen erhalten, konzeptualisieren, verallgemeinern und auf neue Situationen anwenden. Sie können verschiedene Informationsquellen und Darstellungen miteinander verknüpfen und flexibel zwischen diesen hin und her wechseln. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe besitzen die Fähigkeit zu anspruchsvollem mathematischem Denken und Argumentieren. Sie können dieses mathematische Verständnis und ihre Beherrschung symbolischer und formaler mathematischer Operationen und Beziehungen nutzen, um Ansätze und Strategien zum Umgang mit neuartigen Problemsituationen zu entwickeln. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können ihr Tun und ihre Überlegungen, die zu ihren Erkenntnissen, Interpretationen und Argumentationen geführt haben, präzise beschreiben und kommunizieren, einschließlich der Beurteilung von deren Angemessenheit für die jeweilige Ausgangssituation.
V	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können Modelle für komplexe Situationen konzipieren und mit ihnen arbeiten, einschränkende Bedingungen identifizieren und Annahmen spezifizieren. Sie können im Zusammenhang mit diesen Modellen geeignete Strategien für die Lösung komplexer Probleme auswählen, sie miteinander vergleichen und bewerten. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können strategisch vorgehen, indem sie sich auf breit gefächerte, gut entwickelte Denk- und Argumentationsfähigkeiten, passende Darstellungen, symbolische und formale Beschreibungen und für diese Situationen relevante Einsichten stützen. Sie sind imstande, über ihr Tun zu reflektieren und ihre Interpretationen und Überlegungen zu formulieren und zu kommunizieren.
IV	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können effektiv mit expliziten Modellen komplexer konkreter Situationen arbeiten, auch wenn sie einschränkende Bedingungen enthalten oder die Aufstellung von Annahmen erfordern. Sie können verschiedene Darstellungsformen, darunter auch symbolische, auswählen und zusammenführen, indem sie sie direkt zu Aspekten von Realsituationen in Beziehung setzen. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können in diesen Kontexten gut ausgebildete Fertigkeiten anwenden und mit einem gewissen mathematischen Verständnis flexibel argumentieren. Sie können Erklärungen und Begründungen für ihre Interpretationen, Argumentationen und Handlungen geben und sie anderen mitteilen.
III	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können klar beschriebene Verfahren durchführen, auch solche, die sequenzielle Entscheidungen erfordern. Sie können einfache Problemlösungsstrategien auswählen und anwenden. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können Darstellungen interpretieren und nutzen, die aus verschiedenen Informationsquellen stammen, und hieraus unmittelbare Schlüsse ableiten. Sie können kurze Berichte zu ihren Interpretationen, Ergebnissen und Überlegungen geben.
II	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können Situationen in Kontexten interpretieren und erkennen, die nicht mehr als direkte Schlussfolgerungen erfordern. Sie können relevante Informationen einer einzigen Quelle entnehmen und eine einzige Darstellungsform benutzen. Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können elementare Algorithmen, Formeln, Verfahren oder Regeln anwenden. Sie sind zu direkten Schlussfolgerungen und wörtlichen Interpretationen der Ergebnisse imstande.
I	Schülerinnen und Schüler auf dieser Stufe können auf Fragen zu vertrauten Kontexten antworten, bei denen alle relevanten Informationen gegeben und die Fragen klar definiert sind. Sie können Informationen identifizieren und Routineverfahren gemäß direkten Instruktionen in expliziten Situationen anwenden. Sie können Handlungen ausführen, die klar ersichtlich sind und sich unmittelbar aus den jeweiligen Situationen ergeben.

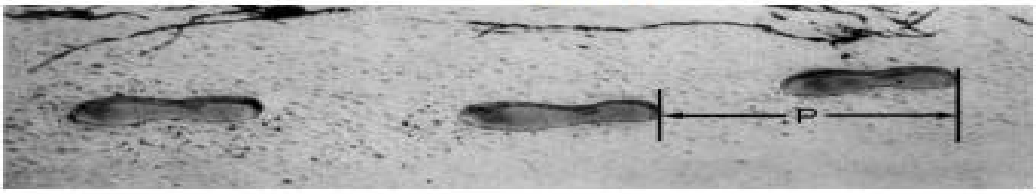
Font: *PISA 2009 „Bilanz nach einem Jahrzehnt". Kapitel 5. Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009*

Kompetenzstufe	Skalenabschnitt
VI	> 669 Punkte
V	607–669 Punkte
IV	545–606 Punkte
III	483–544 Punkte
II	421–482 Punkte
I	358–420 Punkte

Font: *PISA 2009 „Bilanz nach einem Jahrzehnt". Kapitel 5. Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009*

EXEMPLES D'ACTIVITATS A LES PROVES PISA 2009[1]

GEHEN



Das Bild zeigt die Fußabdrücke eines gehenden Mannes. Die Schrittlänge P entspricht dem Abstand zwischen den hintersten Punkten von zwei aufeinander folgenden Fußabdrücken.

Für Männer drückt die Formel $\frac{n}{P} = 140$ die ungefähre Beziehung zwischen n und P aus, wobei

n = Anzahl der Schritte pro Minute und

P = Schrittlänge in Meter

Frage 1: GEHEN

Wenn die Formel auf Daniels Gangart zutrifft und er 70 Schritte pro Minute macht, wie viel beträgt dann seine Schrittlänge? Gib an, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

Frage 2: GEHEN

Bernhard weiß, dass seine Schrittlänge 0,80 Meter beträgt. Die Formel trifft auf Bernhards Gangart zu.

Berechne Bernhards Gehgeschwindigkeit in Metern pro Minute und in Kilometern pro Stunde. Gib an, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

WECHSELKURS

Mei-Ling aus Singapur wollte für 3 Monate als Austauschstudentin nach Südafrika gehen. Sie musste einige Singapur Dollar (SGD) in Südafrikanische Rand (ZAR) wechseln.

Frage 1: WECHSELKURS

Mei-Ling fand folgenden Wechselkurs zwischen Singapur Dollar und Südafrikanischen Rand heraus:

1 SGD = 4,2 ZAR

Mei-Ling wechselte zu diesem Wechselkurs 3000 Singapur Dollar in Südafrikanische Rand.

Wie viele Südafrikanische Rand hat Mei-Ling erhalten?

Antwort: ....

Frage 2: WECHSELKURS

Bei ihrer Rückkehr nach Singapur 3 Monate später hatte Mei-Ling 3900 ZAR übrig. Sie wechselte diese in Singapur Dollar zurück, wobei sie bemerkte, dass der Wechselkurs sich geändert hatte:

1 SGD = 4,0 ZAR

Wie viele Singapur Dollar hat Mei-Ling erhalten?

Antwort: ....

Frage 3: WECHSELKURS

Während dieser 3 Monate hat sich der Wechselkurs von 4,2 auf 4,0 ZAR pro SGD geändert.

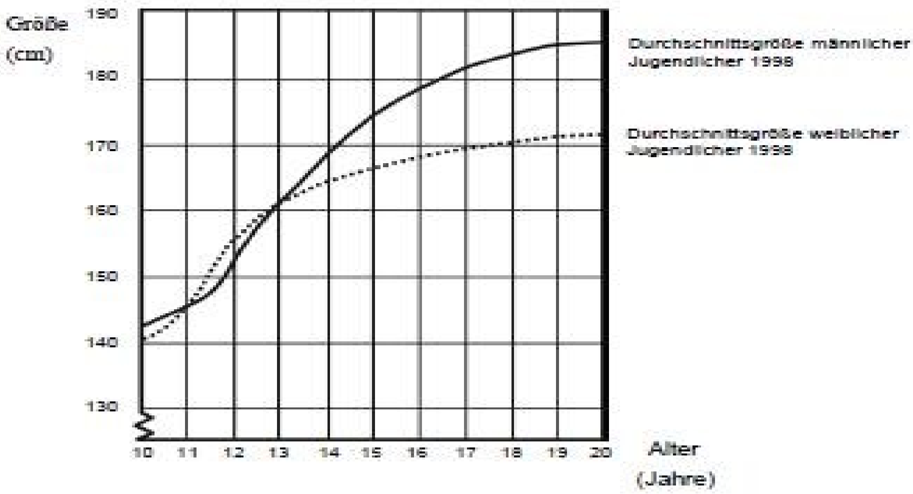
War es zum Vorteil von Mei-Ling, dass der Wechselkurs bei ihrer Rückkehr 4,0 ZAR statt 4,2 ZAR betrug, als sie ihre Südafrikanischen Rand in Singapur Dollar zurückwechselte? Erkläre deine Antwort.

1 PISA 2003:Beispielaufgaben aus der Mathematiktest. OECD Programme for International Student Assessment.

GRÖSSER WERDEN

JUGENDLICHE WERDEN GRÖSSER

Für 1998 ist die durchschnittliche Körpergröße von männlichen und weiblichen Jugendlichen in den Niederlanden in folgendem Graphen dargestellt.



Frage 1: GRÖSSER WERDEN

Seit 1980 hat die Durchschnittsgröße 20-jähriger Frauen um 2,3 cm auf 170,6 cm zugenommen. Was war die Durchschnittsgröße einer 20-jährigen Frau im Jahr 1980?

Antwort: .... cm

Frage 2: GRÖSSER WERDEN

In welchem Lebensabschnitt sind laut Graphen weibliche Jugendliche durchschnittlich größer als ihre männlichen Altersgenossen?

....

....

Frage 3: GRÖSSER WERDEN

Erkläre, wie der Graph zeigt, dass die Wachstumsrate für Mädchen über 12 Jahre sich im Durchschnitt verlangsamt.

....

....

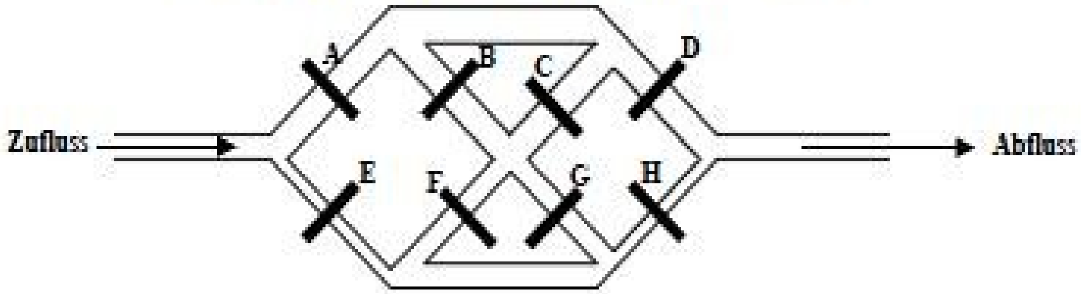
....

BEWÄSSERUNG

Die folgende Abbildung zeigt ein System von Bewässerungskanälen. Sie dienen zur Bewässerung für Getreideflächen. Die Schleusentore A bis H können geöffnet oder geschlossen werden, um das Wasser dorthin zu leiten, wo es gebraucht wird. Wenn ein Schleusentor geschlossen ist, kann kein Wasser durchfließen.

Bei dieser Aufgabe geht es darum, ein Schleusentor zu ermitteln, das geschlossen ist und klemmt und das Wasser daran hindert, durch das Kanalsystem zu fließen.

Abbildung 1: Ein System von Bewässerungskanälen



Michael stellt fest, dass das Wasser nicht immer dorthin fließt, wo es hinfließen sollte.

Er denkt, dass eines der Schleusentore klemmt und geschlossen bleibt, auch wenn man den Schalter auf „Offen" stellt.

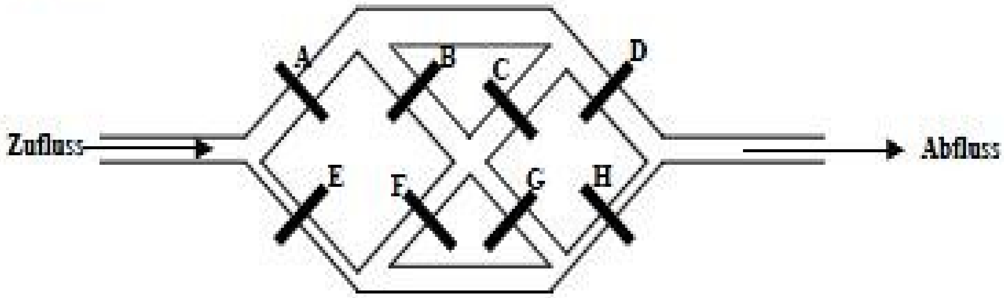
Frage 1: BEWÄSSERUNG

Michael verwendet die in Tabelle 1 dargestellten Einstellungen, um die Schleusentore zu testen.

Tabelle 1: Einstellung der Schleusentore

A	B	C	D	E	F	G	H
Offen	Geschlossen	Offen	Offen	Geschlossen	Offen	Geschlossen	Offen

Zeichne unter Berücksichtigung der in Tabelle 1 angegebenen Einstellungen **im nachfolgenden Diagramm** alle möglichen Wege ein, durch die das Wasser fließen müsste. Nimm dabei an, dass alle Schleusentore entsprechend diesen Einstellungen funktionieren.



2 PISA 2003: Beispielaufgaben aus der Problemlösentest. OECD Programme for International Student Assessment.

Frage 2: BEWÄSSERUNG

Michael stellt fest, dass bei Einstellung der Schleusentore nach Tabelle 1 kein Wasser durchfließt, was darauf hindeutet, dass mindestens eines der auf „Offen" stehenden Schleusentore tatsächlich klemmt und geschlossen bleibt.

Beurteile für jeden der folgenden Problemfälle, ob das Wasser bis zum Ende fließt. Kreise für jeden Fall „Ja" oder „Nein" ein.

Problemfall	Fließt Wasser bis zum Ende?
Das Schleusentor **A** klemmt und bleibt geschlossen. Alle anderen Schleusentore funktionieren richtig wie in Tabelle 1 gesetzt.	Ja / Nein
Das Schleusentor D klemmt und bleibt geschlossen. Alle anderen Schleusentore funktionieren richtig wie in Tabelle 1 gesetzt.	Ja / Nein
Das Schleusentor **F** klemmt und bleibt geschlossen. Alle anderen Schleusentore funktionieren richtig wie in Tabelle 1 gesetzt.	Ja / Nein

Frage 3: BEWÄSSERUNG

Michael will testen, ob das **Schleusentor D** klemmt und geschlossen bleibt.

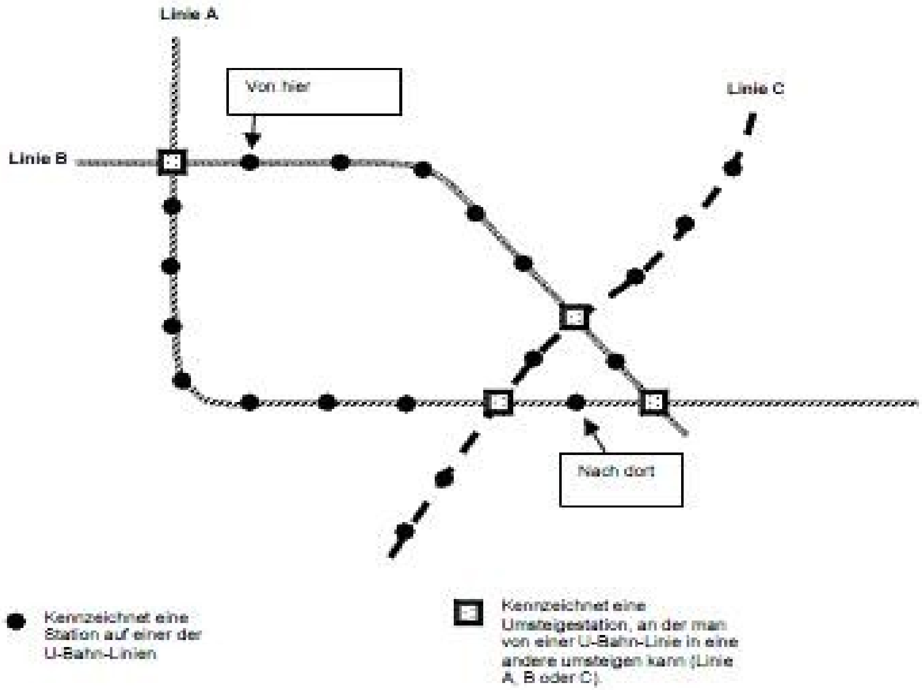
Trage in der folgenden Tabelle ein, wie die Schleusentore eingestellt werden müssen um zu testen, ob **Schleusentor D** klemmt und geschlossen bleibt, obwohl es auf „Offen" gestellt ist.

Einstellungen der Schleusentore (jeweils „Offen" oder „Geschlossen")

A	B	C	D	E	F	G	H

ANSCHLUSSZÜGE

Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des öffentlichen Verkehrsnetzes einer Stadt in Zedland mit drei U-Bahn-Linien. Der Ort, an dem du dich zur Zeit befindest, sowie dein Zielort sind eingezeichnet.



Der Preis richtet sich nach der Anzahl der angefahrenen Stationen (die Abfahrtsstation nicht mitgerechnet). Die Kosten betragen 1 Zed pro angefahrener Station.

Die Fahrzeit zwischen zwei aufeinander folgenden Stationen beträgt ungefähr 2 Minuten.

Um an einer Umsteigestation von einer U-Bahn-Linie in eine andere umzusteigen, benötigt man ungefähr 5 Minuten.

Frage 1: **ANSCHLUSSZÜGE**

Die Abbildung zeigt die Station, an der du dich zur Zeit befindest („Von hier"), und die Station, zu der du fahren möchtest („Nach dort"). **Markiere in der Abbildung** die beste Strecke in Bezug auf Kosten und Zeit und nenne nachfolgend den Fahrpreis sowie die ungefähre Fahrzeit.

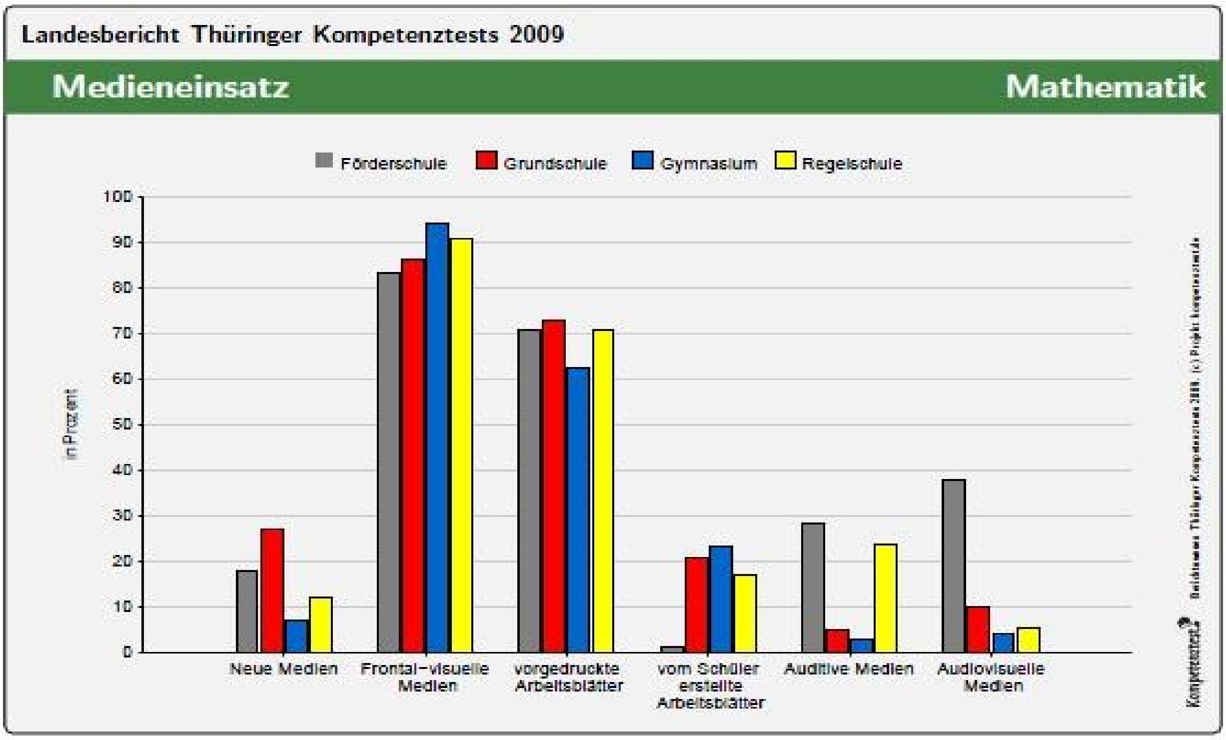
Fahrpreis: .... Zeds.

Ungefähre Fahrzeit: .... Minuten.

LES PROVES D'AVALUACIÓ DE COMPETÈNCIES A THÜRINGEN

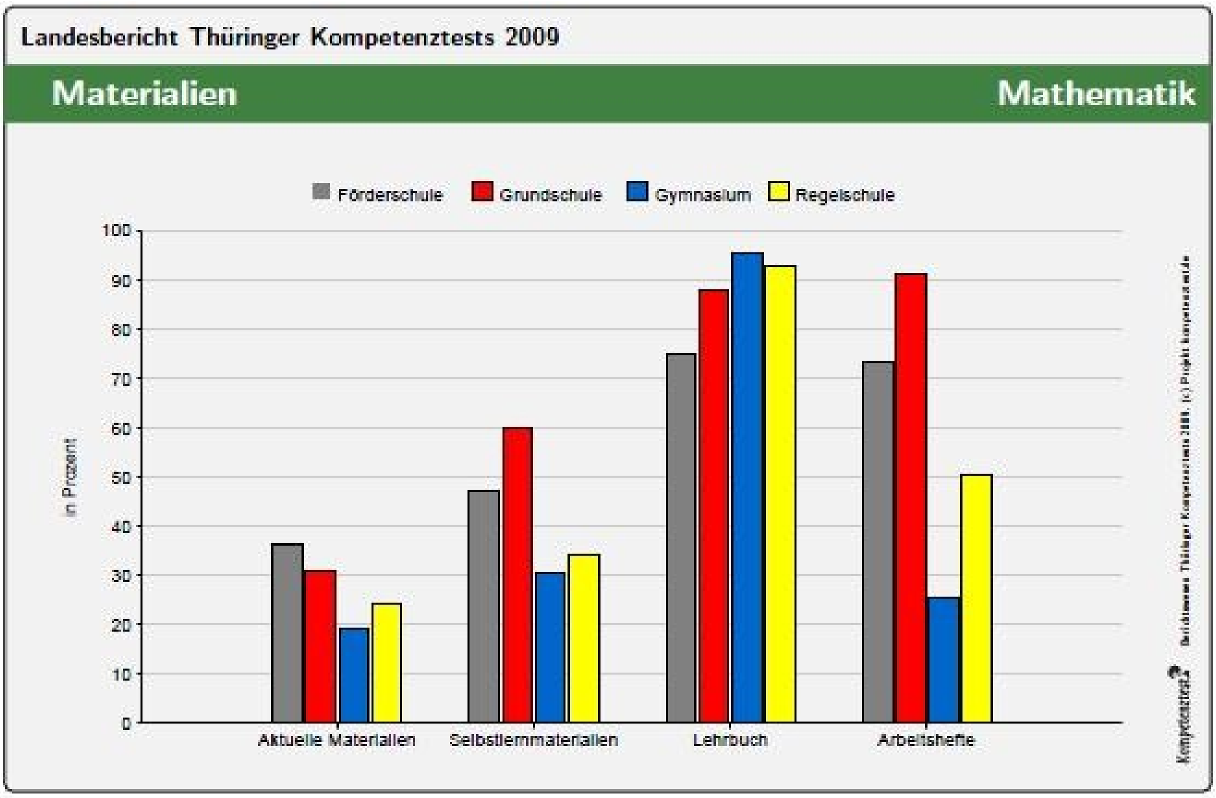
INFORMACIONS OBTINGUDES SOBRE LA METODOLOGIA APLICADA A L'AULA

Mitjans emprats



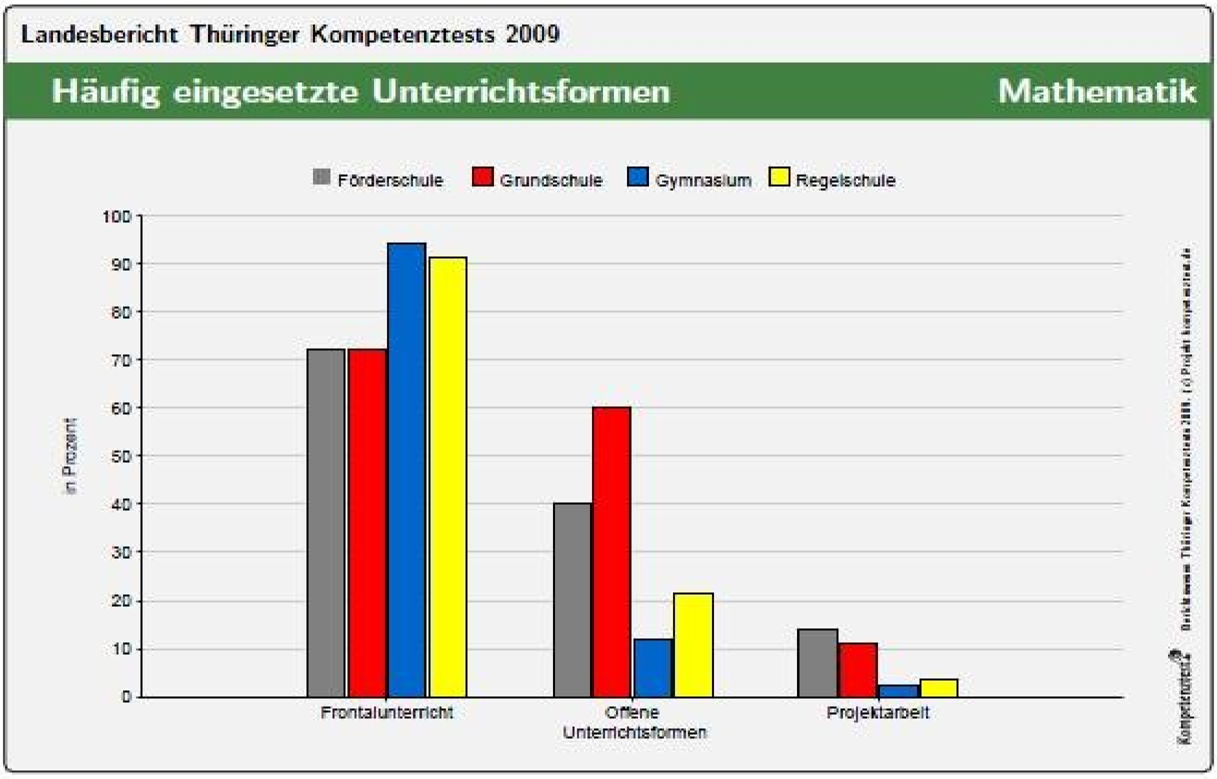
***Font:** Landesbericht Thüringer Kompetenztest 2009. Dr. Christoph Nachtigall. Kompetenztest.de*

Materials emprats



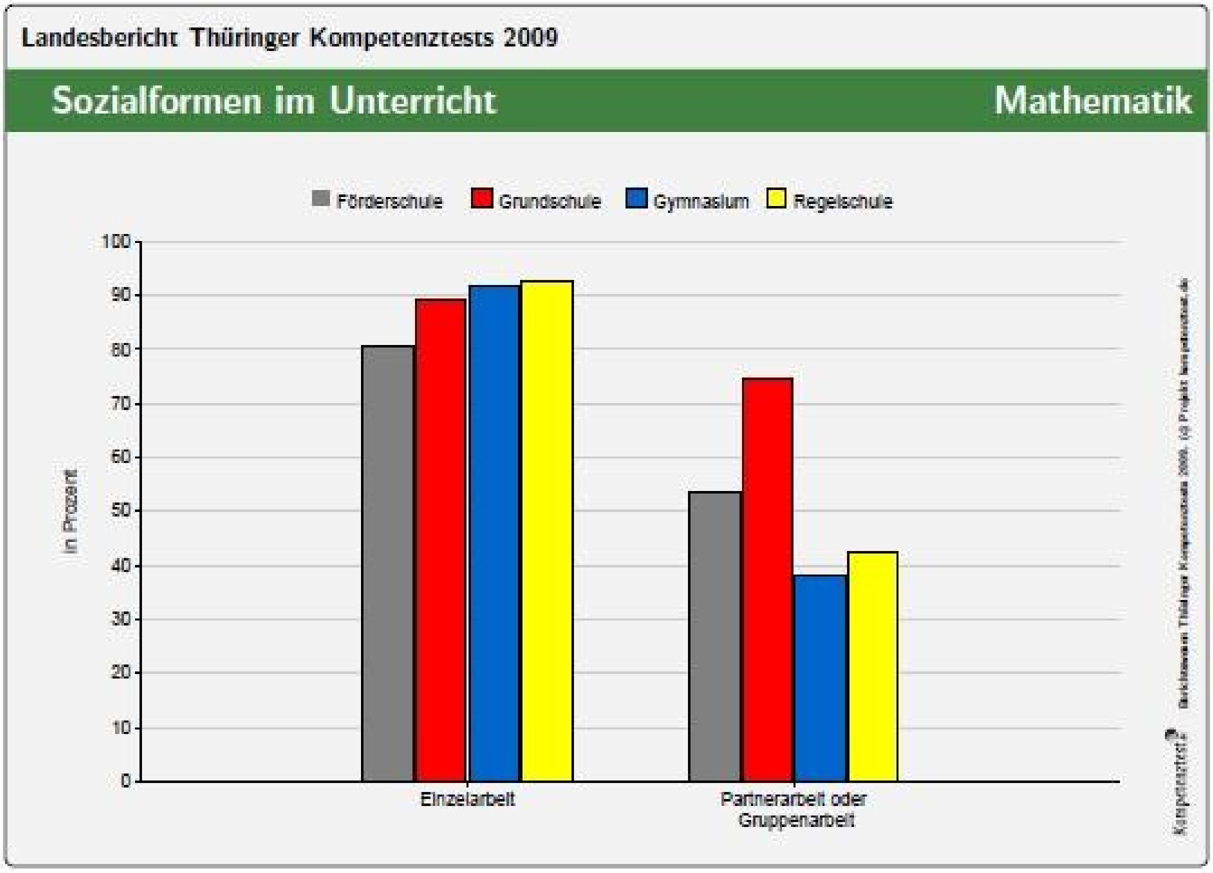
***Font:** Landesbericht Thüringer Kompetenztest 2009. Dr. Christoph Nachtigall. Kompetenztest.de*

Organització de la sessió i del treball a l'aula



Font: *Landesbericht Thüringer Kompetenztest 2009. Dr. Christoph Nachtigall. Kompetenztest.de*

Organització de la forma de treball de l'alumnat



Font: *Landesbericht Thüringer Kompetenztest 2009. Dr. Christoph Nachtigall. Kompetenztest.de*

EXEMPLES DE LES PROVES DE COMPETÈNCIA MATEMÀTICA A THÜRINGEN A L'ANY 2009

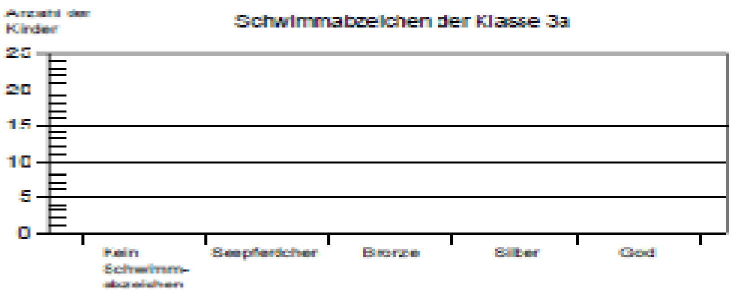
3. KLASSE (3er de Primària)[3]

22.

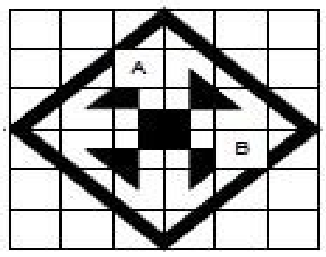
Die 24 Kinder der Klasse 3a haben zukünftig Schwimmunterricht.
Die Lehrerin befragt die Kinder deshalb nach ihren Schwimmabzeichen.

Schwimmabzeichen	Anzahl der Kinder
Kein Schwimmabzeichen	卌 I
 Seepferdchen	卌 卌 II
 Bronze	IIII
 Silber	II
 Gold	

Stelle die Ergebnisse der Befragung in einem Säulendiagramm dar.

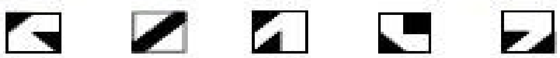


14.



Hier soll ein symmetrisches Muster entstehen.
Welche beiden Quadrate gehören in die freien Felder A und B?

Schreibe jeweils den Buchstaben unter das passende Quadrat.

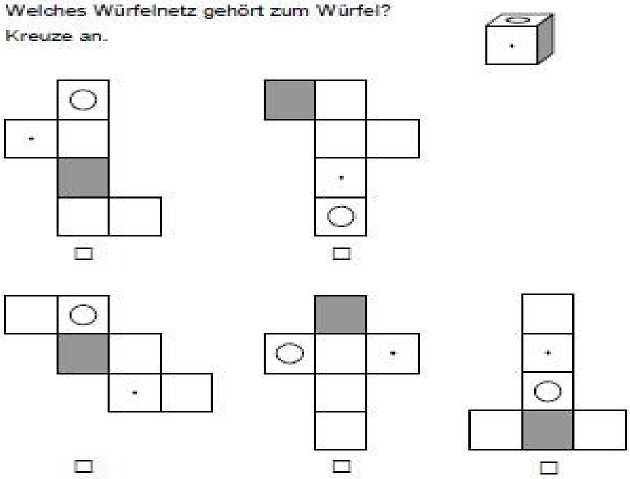


3 Kompetenztest Thüringen 2008-2009: Kompetenztest für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 3 an Grundschulen und Förderzentren mit dem Bildungsgang der Grundschule.

- Fach Mathematik Aufgabenheft 1. Schuljahr 2008-2009.
- Fach Mathematik Aufgabenheft 2. Schuljahr 2008-2009.

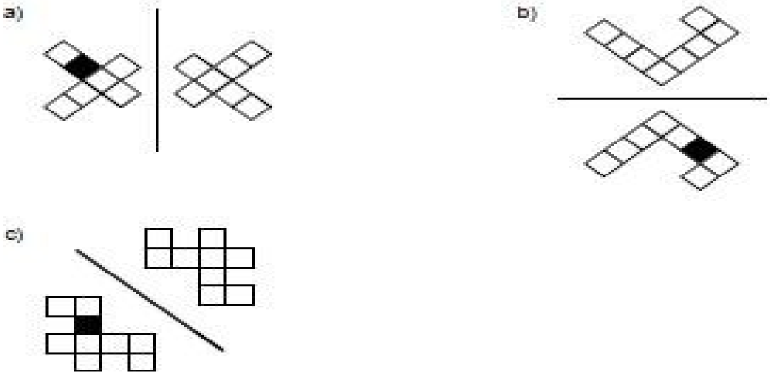
12.

Welches Würfelnetz gehört zum Würfel?
Kreuze an.



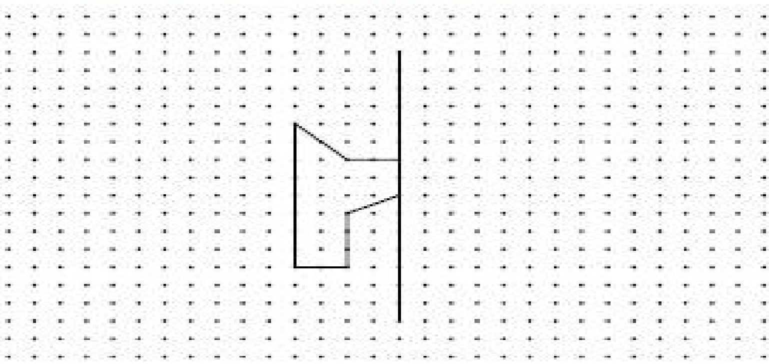
16.

Male im Spiegelbild das richtige Kästchen aus.



17.

Ergänze zu einer symmetrischen Figur. Verwende ein Lineal.



6. <u>KLASSE (6è de Primària)</u>[4]

1. Bausteine

Maria baut mehrere Treppen aus Steinen nach einem bestimmten Muster.

eine Reihe   zwei Reihen   drei Reihen   vier Reihen   ...

a) Skizziere die fehlende Treppe aus drei Reihen.

b) Wie viele Steine braucht sie für eine 5 Reihen hohe Treppe?

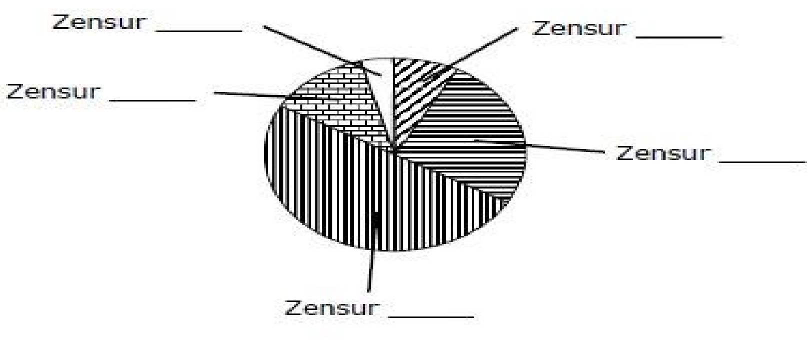
Für eine 5 Reihen hohe Treppe braucht Maria __________ Steine.

8. Diagramm

Die Tabelle zeigt das Ergebnis einer Klassenarbeit.

Zensur	1	2	3	4	5	6
Anzahl der Schüler	2	6	12	3	1	0

Das Kreisdiagramm zeigt die Anteile der Schüler mit den entsprechenden Zensuren. Ergänze in der Beschriftung des Diagramms die Zensuren.



4 Kompetenztest für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 6 an Regelschulen, Gymnasien, Gesamtschulen und Förderzentren mit dem Bildungsgang der Regelschule. Fach Mathematik. Schuljahr 2008-2009

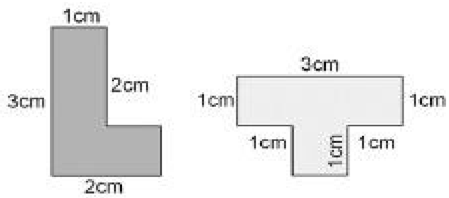
23. Pinguin

Der Zwergpinguin hat eine Größe von 30 cm. Der Tierpfleger ist 180 cm groß.

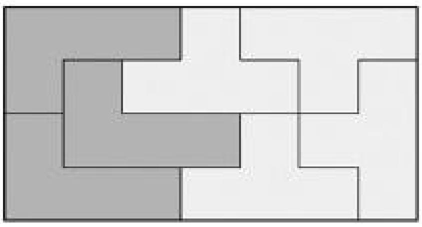
Zeichne den Tierpfleger als „Strichmännchen“ so neben den abgebildeten Zwergpinguin, dass die Größenverhältnisse stimmen.

26. Legespiel

Die Teile eines Legespiels sehen wie ein großes L oder ein großes T aus.



Tina hat mit solchen Teilen ein Rechteck gelegt.



Bestimme den Flächeninhalt dieses Rechtecks in cm^2.

Der Flächeninhalt dieses Rechtecks beträgt ______ cm^2.

8. <u>KLASSE (2n d'ESO)</u>[5]

Aufgabe 7: Waschpulver

Im Rahmen einer Werbeaktion wird das Waschpulver WASCHI in einer 1,575 kg-Packung angeboten.

Diese Packung kostet genauso viel wie die Normalpackung zu 1,350 kg Waschpulver.

Aufgabe 7.1: Waschpulver

Überprüfe die Behauptung „+ 15%" durch eine Rechnung.

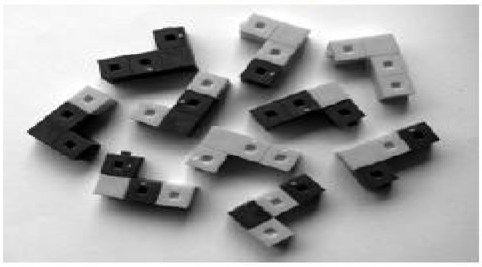
Aufgabe 7.2: Waschpulver

Für einen Korb Wäsche benötigt man ungefähr 75 g dieses Waschpulvers. Wie viele Körbe mit Wäsche kann man mit einer **Normalpackung** WASCHI waschen?

Gib das Ergebnis an.

Aufgabe 9: Steckwürfelfiguren

Diese Figuren wurden jeweils aus vier kleinen Würfeln zusammengesteckt.



Sie werden gut gemischt in ein Säckchen gefüllt. Es wird anschließend ohne Hinzuschauen eine Figur aus dem Säckchen gezogen.

Aufgabe 9.1: Steckwürfelfiguren

Gib an, mit welcher Wahrscheinlichkeit die gezogene Figur einfarbig ist.

Aufgabe 9.2: Steckwürfelfiguren

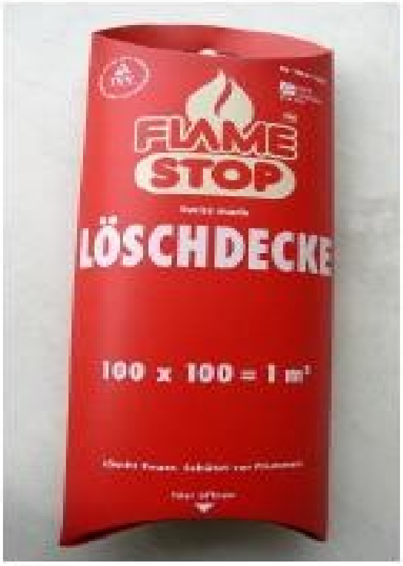
Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält die gezogene Figur mindestens zwei helle Würfel?

Kreuze an.

☐	☐	☐	☐
$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{10}$

5 Kompetenztest für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 8 an Regelschulen, Gymnasien, Gesamtschulen und Förderzentren mit dem Bildungsgang der Regelschule. Fach Mathematik. Schuljahr 2008-2009.

Aufgabe 21: Feuerlöschdecke



Auf einer Feuerlöschdecke ist die Aufschrift

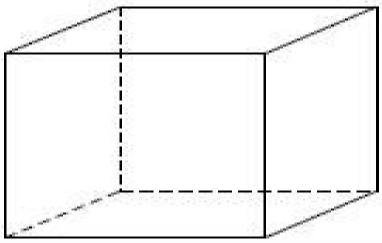
100 x 100 = 1 m²

zu lesen.

Welche Einheit ist jeweils bei der Zahl 100 anzugeben, damit diese Aufschrift stimmt?

Aufgabe 24: Würfel erforschen

Gegeben ist ein Würfel mit 4 cm Kantenlänge.



Aufgabe 24.1: Würfel erforschen

Berechne das Volumen.

Aufgabe 24.2: Würfel erforschen

Berechne den Oberflächeninhalt.

QÜESTIONARIS EFECTUATS AL PROFESSORAT[6]

5.2 Fragebogen für Mathematiklehrer

Fragentext	Version 1	Antwortformat
Haben Sie die Bearbeitung dieses Fragebogens abgeschlossen? Wenn Sie "abgeschlossen" wählen, können Sie keine Änderungen mehr machen, Ihre Antworten sind auch nicht mehr einsehbar.	Ja	<Nicht abgeschlossen> oder <Abgeschlossen>
Unterricht		
Wie oft führen die Schüler eine Selbstkontrolle / -korrektur durch?	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Wie häufig reflektieren Sie mit Ihren Schülern Ihren Unterricht?	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Wie häufig festigen Sie Grundwissen, welches nicht zum laufenden Stoff gehört?	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Klassenvariablen der getesteten Klasse		
Ist die Klasse altersgemischt?	Ja	<ja> oder <nein>
Was sind Ihrer Erfahrung nach Faktoren, die das Lernen Ihrer Schüler behindern?	Ja	(Texteingabe)
Wie viele Minuten stehen Ihnen im Durchschnitt an echter Lernzeit in einer Unterrichtsstunde zur Verfügung? (abgezogen werden müssen organisatorische Angelegenheiten, Störungen, Klassenleiteraufgaben usw.)	Ja	(Numerische Eingabe)
Wie schätzen Sie das Klassenklima ein?	Ja	<sehr gut> bis <sehr schlecht>
Manche Klassen erscheinen besonders schwierig, andere pflegeleicht. Wie schätzen Sie Ihre Klasse ein?	Ja	<pflegeleicht> bis <äußerst schwierig>
Wie schätzen Sie die Motivation der Mehrzahl der Schüler in Ihrem Unterricht ein?	Ja	<sehr hoch> bis <sehr niedrig>
Wie oft haben Sie die Möglichkeit, Schüler in Ihrem Unterricht individuell zu fördern?		
leistungsschwache	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
leistungsstarke	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Was erschwert oder behindert die individuelle Förderung von Schülern in Ihrem Unterricht?	Ja	(Texteingabe)
Was sind Ihrer Erfahrung nach Faktoren, die das Lernen Ihrer Schüler fördern?	Ja	(Texteingabe)
Zu den Testergebnissen		

6 Landesbericht Thüringer Kompetenztest 2009. Anhang. Dr. Christoph Nachtigall. Kompetenztest.de

Fragentext	Version 1	Antwortformat
Die Testergebnisse entsprechen meinen Erwartungen.	Ja	<sind besser> bis <sind schlechter>
Projektarbeit	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Hausaufgaben		
Wie häufig stellen Sie Hausaufgaben?	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Wie häufig dienen diese Hausaufgaben		
der Festigung der vermittelten Inhalte und Methoden?	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
der Vorbereitung des folgenden Unterrichts?	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
In welcher Form werten Sie die Hausaufgaben wie häufig aus?		
Ich spreche Sie mit den Schülern durch.	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Ich sammle schriftlich zu erledigende Hausaufgaben ein.	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Ich führe mündliche oder schriftliche Leistungskontrollen zu den Hausaufgaben durch.	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
In welcher Form geben Sie Hausaufgaben auf?		
Ich gebe fakultative Hausaufgaben auf.	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Ich gebe differenzierte Hausaufgaben auf.	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Ich gebe längerfristige umfangreiche Hausaufgaben.	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Wie häufig beziehen Sie die folgenden Materialien in Ihren Unterricht ein?		
Aktuelle Materialien und Alltagstexte (z.B. Kassenzettel, Rechnungen)	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Wie oft setzen Sie folgende Medien in Ihrem Unterricht ein?		
Neue Medien (PC, Internet, Lernsoftware)	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Frontal-visuelle Medien (z.B. Tafelbild, OHP-Folie)	Ja	<sehr häufig> bis <nie>

Fragentext	Version 1	Antwortformat
Vorgedruckte oder von mir als Lehrer erstellte Arbeitsblätter	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Vom Schüler erstellte Arbeitsblätter	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Auditive Medien	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Audiovisuelle Medien	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Selbstlernmaterialien	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Das Lehrbuch	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Arbeitsheft(e)	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Wie häufig wenden Sie die folgenden Sozialformen in Ihrem Unterricht an?		
Einzelarbeit	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Partner- und Gruppenarbeit	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Welche Unterrichtsformen wenden Sie mit welcher Häufigkeit an?		
Frontalunterricht	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Offene Unterrichtsformen (z.B. Stationen, Werkstatt, Tages- oder Wochenplan)	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Angaben zu Ihrer Person:		
Geschlecht	Ja	<weiblich> oder <männlich>
Dienstjahre	Ja	(Numerische Eingabe)
Wie viele Klassen unterrichten Sie?	Ja	(Numerische Eingabe)
In wie vielen Klassenstufen unterrichten Sie?	Ja	(Numerische Eingabe)
An wie vielen Schulen unterrichten Sie?	Ja	(Numerische Eingabe)
Wurden Ihre Wünsche bei der Planung des Unterrichtseinsatzes in diesem Schuljahr berücksichtigt?	Ja	<völlig> bis <gar nicht>
Wie zufrieden sind Sie		
mit Ihrer Arbeit insgesamt?	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
mit Ihrer Arbeit in der getesteten Klasse?	Ja	<sehr häufig> bis <nie>
Haben Sie Anregungen zu den Kompetenztests?	Ja	(Texteingabe)